ЭКОНОМИКА
И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

1980
том XVI, вып. 1

НЕЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ. ИГРЫ

ЧЕЛОВЕКО-МАШИННЫЕ ПРОЦЕДУРЫ РЕШЕНИЯ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫХ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ
(Обзор)

О. И. ЛАРИЧЕВ, О. А. ПОЛЯКОВ

(Москва)

ВВЕДЕНИЕ

К качеству решения многих экономических задач все чаще предъявляются одновременно несколько (часто противоречивых) требований. Так, производственный план может оцениваться по критериям прибыли, себестоимости продукции, равномерности выпуска и т. д.; наряду с экономическими (окупаемость капитальных вложений, себестоимость и т. д.) приобретают важность другие факторы (влияние на окружающую среду, социальный эффект и т. д.).

Многие из возникающих таким образом многокритериальных задач представляют собой расширение и обобщение однокритериальных. Наиболее известными из них являются многокритериальные задачи математического программирования. В последние годы предложено большое количество методов их решения, основанных на концепции «справедливого компромисса» [1–5], т. е. на предположении возможности априорного (до решения задачи) определения наилучшего соотношения между требованиями, предъявляемыми различными критериями. Между тем такая возможность существует далеко не всегда.

Наличие множества разнородных критериев оценки качества экономических решений заставляет рассматривать проблему в целом как слабоструктуризованную [6]. Такие проблемы характерны отсутствием информации, позволяющей объективно определить наилучший компромисс между критериями. В связи с этим для выявления такого компромисса привлекается человек — лицо, принимающее решение (ЛПР). В качестве ЛПР рассматривается обычно руководитель, формулирующий задачу и несущий ответственность за ее решение.

Для слабоструктуризованных многокритериальных задач математического программирования весьма перспективным является интенсивно развивающийся в последние годы «подход, основанный на идее выявления предпочтений одновременно с исследованием допустимого множества действий для отыскания эффективных решений» [7]. Средством реализации этого подхода являются человеко-машинные (ЧМ) процедуры *.

ЧМ-процедура принятия решений представляет собой циклический процесс сотрудничества человека и ЭВМ. Цикл состоит из фазы анализа и принятия решений (постановка задачи), выполняемой человеком, и фазы оптимизации (поиск решения и вычисление его характеристик), реализуе-

* Они называются также интерактивными, диалоговыми.

мой машиной. В процессе взаимодействия человек проясняет характерные черты задачи, выявляет или уточняет свои предпочтения и в результате сообщает дополнительную информацию, благодаря которой машина вырабатывает все более совершенные решения. Так осуществляется самообучение на реальном материале задачи, что и объясняет потенциальную эффективность подобных систем принятия решений. Процесс заканчивается, когда ЭВМ вырабатывает приемлемое для ЛПР решение либо когда ЛПР убеждается в нецелесообразности дальнейших попыток получить лучшее решение при данной модели.

На ключевые вопросы, возникающие при создании ЧМ-процедур,— как распределить обязанности между человеком и машиной и как организовать процесс их взаимодействия — обычно даются рекомендации общего характера: каждому следует поручить те действия, которые лучше получаются. Однако практическая реализация таких рекомендаций затруднительна. Распределение ролей, основанное на прямолинейном «сравнении функций человека и машины» [8, стр. 208] может оказаться далеко не наилучшим [9, стр. 19; 10].

Обоснованное решение этих вопросов требует исследования специфики рассматриваемого класса задач и изучения характеристик человека в процессе принятия решений, в частности его способности обрабатывать информацию [9, 11]. Настоящий обзор посвящен рассмотрению под указанным углом зрения наиболее обширной группы разработанных ЧМ-процедур принятия решений, а именно: методов, предназначенных для задач многокритериального математического программирования с непрерывными шкалами критериев. В соответствии с типом информации, получаемой от ЛПР, рассматриваемые ЧМ-процедуры разделены на три группы. После систематического изложения методов (в том числе опубликованных в труднодоступных источниках) проводится их сопоставление и анализ.

РЕШАЕМЫЕ ЗАДАЧИ

Объектом решения большинства рассматриваемых ЧМ-процедур является следующая задача многокритериального линейного программирования.

Задача 1. Найти вектор $\mathbf{x}=(x_1,\ldots,x_n)^T$, принадлежащий области

$$D=\{\mathbf{Ax}=\mathbf{b},\ x_i\geqslant 0,\ i=1,\ldots,n\},\tag{1}$$

где $\mathbf{A}$ — $p\times n$-матрица; $\mathbf{b}$ — p-вектор, и максимизирующий совокупность целевых функций

$$C_k(\mathbf{x})=\sum_{i=1}^{n} c_{ik}x_i,\qquad k=1,\ldots,m,\tag{2}$$

при наиболее предпочтительном соотношении между их значениями в точке решения. Последнее условие понимается так: в множестве X эффективных (парето-оптимальных) решений следует отыскать $\mathbf{x}^*$, соответствующее экстремуму априорно неизвестной функции полезности ЛПР. Последняя, как предполагается, представляет собой сумму частных целевых функций $C_k(\mathbf{x})$ с априорно неизвестными весами π_k. Таким образом, нахождение x^* сводится к итерационному процессу поиска оценки $\boldsymbol{\lambda}^i=(\lambda_1^i,\ldots,\lambda_m^i)$ вектора параметров $\boldsymbol{\pi}=(\pi_1,\ldots,\pi_m)$ и вычисления положения экстремума функции $\boldsymbol{\lambda}^i\mathbf{z}^i$, т. е.

$$\mathbf{x}^i=\arg\max_{\mathbf{x}\in D}\boldsymbol{\lambda}^i\mathbf{z}^i,\tag{3}$$

где $\mathbf{z}^i=(C_1(\mathbf{x}^i),\ldots,C_m(\mathbf{x}^i))$ (верхний индекс здесь и в дальнейшем обозначает номер итерации). Очевидно, $\mathbf{x}^i\to\mathbf{x}^*$ при $\boldsymbol{\lambda}^i\to\boldsymbol{\pi}$.

Некоторые исследователи подвергают сомнению приемлемость описанной выше концепции многокритериальной оптимизации к практическим ситуациям принятия решений, так как считают, что ЛПР стремится к получению лишь удовлетворительного решения [12, 13]. Понятие удовлетворительного решения формализуется в виде условия

$$C_k(\mathbf{x}) \geqslant l_k, \quad k=1,\dots,m. \tag{4}$$

Отметим, что чаще всего ЛПР не в состоянии заранее сообщить значения порогов l_k, выделяющих множество L удовлетворительных решений в D. Дело в том, что в общем случае величина l_k зависит от достигнутых по другим критериям значений $C_j(\mathbf{x})$, $j \neq k$, поэтому условия (4) могут корректироваться по мере анализа новых альтернатив и изменения представлений ЛПР о множестве допустимых решений. Если ограничить выбор удовлетворительных решений, потребовав $D \subset X$, то данный вариант задачи практически сводится к предыдущему.

Задача 2. Многие ситуации принятия решений формализуются в виде задачи целевого программирования. В этом случае требуется найти вектор $\mathbf{x}$, удовлетворяющий (1) и обеспечивающий для целевых функций (2) возможно более близкое приближение к множеству одновременно недостижимых значений (целей) $\alpha_1, \dots, \alpha_m$, т. е.

$$\mathbf{x} = \arg\min_{\mathbf{x}\in D} d(z, \alpha),$$

где $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_m)$, $d(\cdot)$ — расстояние, определяемое на основании некоторой заранее выбранной метрики. В описываемых ниже ЧМ-процедурах рассматриваются варианты с простейшими метриками

$$\mathbf{x}^i = \arg\min_{\mathbf{x}\in D} \sum_{k=1}^{m} \lambda_k^i |\Delta_k^i|, \tag{5}$$

$$\mathbf{x}^i = \arg\min_{\mathbf{x}\in D} \sum_{k=1}^{m} \lambda_k^i (\Delta_k^i)^2, \tag{6}$$

где $\Delta_k^i = C_k(\mathbf{x}^i) - \alpha_k$ — отклонение от целей; λ_k^i — коэффициенты, характеризующие важность для ЛПР тех или иных отклонений.

Если желательно увеличение значения каждой из целевых функций $C_k(\mathbf{x})$, то можно выбрать

$$\mathbf{x}^i = \arg\min_{\mathbf{x}\in D} \sum_{k=1}^{m} \lambda_k^i \Delta_k^-, \tag{7}$$

где $\Delta_k^- = \max(0, -\Delta_k)$. Нетрудно убедиться, что (3) и (7) практически совпадают.

Отметим две часто используемые вспомогательные процедуры.

Перед решением задачи рекомендуется произвести нормирование целевых функций $C_k(\mathbf{x})$, целей α_k, порогов l_k, например,

$$C_k'(\mathbf{x}) = \frac{C_k(\mathbf{x}) - \underline{C}_k}{\overline{C}_k - \underline{C}_k},$$

где $\underline{C}_k$, $\overline{C}_k$ — соответственно минимальное и максимальное значение $C_k(\mathbf{x})$.

В большинстве ЧМ-процедур наряду с $\mathbf{x}^i$ вычисляются экстремальные* решения $\mathbf{x}_v$, получаемые при попытках оптимизировать какой-либо один

* Их называют также предельными, маргинальными, локально-оптимальными.

критерий C_ν или форсировать достижение одной цели. Это производится заменой соответствующего весового коэффициента λ_ν в задаче 2 на весьма большое число или же приравниванием нулю коэффициентов λ_k при $k \neq \nu$ в задаче 1. Обозначим вектор целевых функций решения $\mathbf{x}_\nu$ оптимального по критерию C_ν через

$$\mathbf{z}_\nu = (y_{1\nu}, \ldots, y_{m\nu}), \quad \text{где} \quad y_{k\nu} = C_k(\mathbf{x}_\nu).$$

Набор $\mathbf{z}_1, \ldots, \mathbf{z}_m$ составляет матрицу $\mathbf{Y}$, на главной диагонали которой расположены одновременно недостижимые значения целевых функций $y_{\nu\nu}$, $\nu = 1, \ldots, m$, характеризующие так называемое идеальное решение. Анализ матрицы $\mathbf{Y}$ способствует осознанию диапазона допустимых альтернатив. В частности, сравнение $\mathbf{y} = (y_{11}, \ldots, y_{mm})$ с $\mathbf{l}$ и $\mathbf{z}$ помогает ЛПР оценить реалистичность и степень достижения поставленной цели.

ОБЩАЯ СХЕМА ЧМ-ПРОЦЕДУРЫ

Как уже говорилось, ЧМ-процедура состоит из чередующихся фаз анализа и оптимизации. Фаза может включать несколько шагов.

Фаза оптимизации. ЭВМ: А) используя полученную от ЛПР на предыдущем шаге информацию $I^{i-1}_{\text{ЛПР}}$, определяет новую оценку весов λ^i и (или) формирует новую область допустимых решений D^i; Б) вычисляет соответствующее новым данным решение $\mathbf{x}^i$ (вместе с характеризующим его вектором $\mathbf{z}^i$); В) вырабатывает вспомогательную информацию $I^i_{\text{ЭВМ}}$.

Фаза анализа. ЛПР: Г) оценивает предъявленное решение $\mathbf{x}^i$ (или несколько решений) и определяет, является ли оно приемлемым. Если да, то процедура окончена, в противном случае анализирует вспомогательную информацию $I^i_{\text{ЭВМ}}$; Д) сообщает машине дополнительную информацию $I^i_{\text{ЛПР}}$, с помощью которой можно вычислить новое решение $\mathbf{x}^{i+1}$.

ЧМ-процедуры, созданные для решения описанных выше задач, отличаются друг от друга содержанием и способами выполнения каждого из указанных шагов. Но, как уже говорилось, эффективность и реализуемость процедуры зависят в наибольшей степени от характера взаимодействия ЛПР и ЭВМ, выражаемого в количестве и качестве информации $I_{\text{ЛПР}}, I_{\text{ЭВМ}}$.

Рассмотрим с указанной точки зрения конкретные ЧМ-процедуры. По роли человека в организации процесса поиска желаемого решения их можно условно разделить на три типа.

НЕСТРУКТУРИЗОВАННЫЕ ПРОЦЕДУРЫ

Этот тип процедур характеризуется тем, что человек непосредственно ведет поиск предпочтительного решения, задавая на каждом шаге новое решение $\mathbf{x}$ или новые значения параметрам (λ, α, $\mathbf{l}$, $\mathbf{b}$), по которым оно может быть вычислено. Таким образом, в неструктуризованной процедуре отсутствует шаг *А*. В основе данного подхода к организации ЧМ-процедур лежит предпосылка, что, хотя в силу различных причин ЛПР не может с достаточной полнотой аналитически сформулировать свои предпочтения и объяснить свои действия, интуиция и опыт помогают ему правильно действовать в привычной обстановке решения профессиональных задач. Поэтому ЛПР способно эффективно руководить процессом поиска требуемого решения.

В качестве характерного примера неструктуризованных процедур рассмотрим процедуру SIGMOP (начальные буквы английского названия — последовательный генератор информации для многоцелевых задач).

Процедура SIGMOP [13]. Процедура предназначена для задачи (5), причем ЛПР стремится получить решение, удовлетворительное в смысле

(4). В данном случае l_k имеют смысл приемлемых значений относительных уклонений $C_k(\mathbf{x})$ от α_k.

Предварительно задача нормируется, ЛПР задает пробные начальные значения векторам $\boldsymbol{\lambda}=\boldsymbol{\lambda}^0$ и $\mathbf{l}=\mathbf{l}^0$, а также вектору предельно допустимых относительных уклонений $\mathbf{q}^0=(q_1^0,\dots,q_m^0)$, которые используются при формировании области D.

Шаг Б^i. Решение $\mathbf{x}^i$ вычисляется методом отсекающих плоскостей [14].

Шаг В^i. Информация $I^i_{\text{ЭВМ}}$ имеет вид матрицы $\mathbf{Y}$ со строками, соответствующими только неудовлетворительным критериям предыдущего решения. Для формирования такой матрицы экстремальные решения вычисляются лишь по тем целевым функциям, для которых не выполнено $C_k(\mathbf{x}^i)\geqslant l_k^i$.

Шаг Д^i. ЛПР назначает новые значения векторам $\boldsymbol{\lambda}=\boldsymbol{\lambda}^i$, $\mathbf{l}=\mathbf{l}^i$, а в случае необходимости изменяет также векторы $\boldsymbol{\alpha}$ и $\mathbf{q}$. Авторы предлагают ЛПР использовать эвристический прием — по достижении удовлетворительного значения по какому-либо критерию зафиксировать его, назначив $q_k^i=l_k^{i-1}$, если это не приводит к несовместимости системы ограничений D^i.

По утверждению авторов, предложенная процедура позволяет пользователю работать наиболее естественным образом, отделяя требуемое от желательного и последовательно добиваясь удовлетворения целей, начиная с важнейшей (при этом представление о важности целей может изменяться от итерации к итерации). В качестве иллюстрации применения процедуры в [13] приведен процесс решения условной задачи с шестью целевыми функциями, причем роль ЛПР исполнял студент.

В практических задачах принятия решений наибольшее распространение получили именно неструктуризованные процедуры. Примерами могут служить диалоговые системы планирования производства [15—17], система управления водными ресурсами [18] (в последней задаче один из критериев был признан доминирующим, поэтому в основу метода управления положена комбинация известного метода уступок (см. [2]) и неструктуризованной ЧМ-процедуры). Популярность неструктуризованных процедур объясняется простотой их построения; они могут быть реализованы на базе самых различных методов многокритериального математического программирования. Необходимо только, чтобы соответствующее математическое обеспечение удовлетворяло очевидным требованиям гибкости и удобства эксплуатации [19]. Удачно построенные неструктуризованные ЧМ-процедуры в руках умелого ЛПР являются эффективным инструментом решения сложных задач принятия решения. Однако следует иметь в виду, что этот инструмент не гарантирует получение требуемого решения даже в тех случаях, когда оно существует. Успех зависит прежде всего от квалификации и способностей ЛПР. Чтобы устранить или в значительной мере сгладить указанный недостаток, был предложен ряд процедур, в которых действия ЛПР формально регламентированы. По своему замыслу такие процедуры должны направлять ЛПР в область нахождения наиболее предпочитаемого решения.

ПСЕВДОСТРУКТУРИЗОВАННЫЕ ПРОЦЕДУРЫ

К этому типу мы отнесем ЧМ-процедуры, внешне формально организованные, но по нагрузке на человека близкие к неструктуризованным. Они различаются формой представления информации $I_{\text{ЛПР}}$ и методами ее обработки, однако содержание и количество этой информации таково, что сложная задача поиска предпочтительного решения в многомерном пространстве критериев по-прежнему фактически полностью возложена на ЛПР.

Характерным примером может служить процедура Дайера — Джоффриона, презназначенная для решения задачи (7). В данном случае ЛПР отведена роль измерительного инструмента, определяющего в критериальном пространстве направление и величину шага, которые должны обеспечить максимальное приращение функции полезности. В основе процедуры весьма сильное предположение, что для любой точки $\mathbf{z}$ критериального пространства ЛПР может указать такое приращение δ_j любого критерия (C_j), которое будет полностью компенсировано уменьшением на единицу значения опорного критерия C_{j_0}. Полученный в результате подобных указаний вектор маргинальных коэффициентов замещения

$$\boldsymbol{\delta}=(\delta_1,\ldots,\delta_{j_0-1},\ 1,\ \delta_{j_0+1},\ldots,\delta_m) \tag{8}$$

определяет градиент функции полезности ЛПР в точке $\mathbf{z}$.

Мы не будем давать подробное описание процедуры Дайера — Джоффриона, так как его можно найти в легко доступной переводной литературе [20. 21], приведем лишь укрупненную схему.

Шаг Б^i. Определяется $\mathbf{x}^i$, вычисляется $\mathbf{z}^i$. Шаг В^i пропускается.

Шаг Г^i. ЛПР анализирует $\mathbf{z}^i$.

В данной ЧМ-процедуре информация $I_{\text{лпр}}$ формируется в процессе диалога с ЭВМ, состоящего из следующих действий (шагов типа Д и А):

а) ЛПР определяет маргинальные коэффициенты замещения в точке решения, $I^i_{\text{лпр}}=\{\boldsymbol{\delta}(\mathbf{z}^i)\}$.

б) С помощью метода Франк — Вульфа [20] определяется соответствующее $I^i_{\text{лпр}}$ «наилучшее» направление в пространстве решений (характеризуемое вектором $\mathbf{d}^i$), движение вдоль которого приводит к максимальному возрастанию функции полезности ЛПР.

в) Для выбранной заранее сетки значений параметра $t_r=1/r$, $r=1,\ldots$ $\ldots,R$, ∞, определяющих величину шага в заданном направлении, вычисляются $C_k(\mathbf{x}^i+t_r\mathbf{d}^i)$ для всех k. Результаты в виде таблицы, состоящей из m строк и $R+1$ столбцов, представляются ЛПР.

г) Анализируя таблицу, ЛПР выбирает значение параметра $t_r=t_r{}^i$, соответствующее, по его мнению, максимальному возрастанию функции полезности. Тем самым определяется новая точка $\mathbf{x}^{i+1}=\mathbf{x}^i+t_r{}^i\mathbf{d}^i$.

Процедура Дайера — Джоффриона применялась авторами для организации учебного процесса на одном из факультетов крупного университета [21]. Удовлетворительное решение задачи, содержащей шесть критериев, было получено за три итерации. В [22] сообщается о разработке для процедуры Дайера — Джоффриона машинной программы в режиме разделения времени, облегчающей диалог с ЛПР, что привело также к увеличению точности его ответов. В [23] предложены основанные на тех же идеях (т.е. на получении от ЛПР маргинальных коэффициентов замещения) алгоритмы, которые могут быть использованы при несколько более слабых предположениях об исходном множестве решений и функции полезности ЛПР.

Специалистами по теории принятия решений высказывались сомнения о том, что ЛПР может успешно выполнять функции, предписываемые процедурой Дайера — Джоффриона [7]. В частности отмечалось, что, работая с малыми приращениями целевых функций, ЛПР будет допускать ошибки в определении градиента функции полезности. В [24] содержится краткое сообщение о методе, в котором так же, как и в ЧМ-процедуре [20], ЛПР определяет направление и величину шага поиска, однако, по утверждению автора, его метод более устойчив к ошибкам ЛПР. Идея метода заключается в следующем. ЛПР упорядочивает по предпочтительности предъявленные ему $m+1$ эффективных решений, которые образуют симплекс в критериальном пространстве. Затем с помощью предложенной автором модификации известного симплексного метода Нельдера — Мида [25] вырабатывается новое эффективное решение, которое включается в симплекс вместо одного из прежних; в результате симплекс сдвигается к области экстремума функции полезности ЛПР и затем стягивается к точке экстремума. По признанию автора, метод экспериментально не опробован.

Процедура Сэйвира [26]. Процедура предназначена для решения задачи 1 в ситуации, когда имеется статистическая оценка $\tilde{\lambda}$ вектора π, полученная в результате решения совокупности однотипных задач. В основе процедуры лежат следующие предположения: а) ЛПР в состоянии определить, что $\mathbf{x}^i \in S$, где S — область предпочтительных или почти предпочтительных решений (под последними подразумеваются решения, хотя и не удовлетворяющие ЛПР, но наилучшие среди допустимых); б) ЛПР может указать, какие компоненты $\mathbf{x}^i$ следует увеличить и какие уменьшить, чтобы новое решение $\mathbf{x}^{i+1}$ приблизилось к области S.

Процедура начинается с назначения $\lambda^0 = \tilde{\lambda}$.

Шаг Б^i. Решение $\mathbf{x}^i$ вычисляется симплекс-методом.

Шаг В^i отсутствует (дополнительная информация $I^i_{\text{ЭВМ}}$ не вырабатывается).

Шаг Г^i. ЛПР анализирует вектор $\mathbf{z}^i = (C_1(\mathbf{x}^i), \ldots, C_m(\mathbf{x}^i))$.

Шаг Д^i. ЛПР задает вектор $\mathbf{d}^i$, определяющий направление изменения вектора $\mathbf{x}^i$. Новое решение $\mathbf{x}^{i+1}$ должно удовлетворять $\mathbf{d}^i(\mathbf{x}^{i+1} - \mathbf{x}^i) > 0$. В [26] сформулированы ограничения на λ, чтобы порожденное им решение отвечало указанному условию. Эти ограничения имеют вид

$$\mathbf{w}\lambda \leqslant 0, \quad \mathbf{w} = (-\mathbf{C}_C - \mathbf{C}_B \mathbf{A}_B^{-1} \mathbf{A}_C). \tag{9}$$

Поясним смысл входящих в (9) величин. Для этого запишем в матричном виде каноническую систему уравнений задачи (3)

$$\begin{aligned} \mathbf{A}\mathbf{x} &= \mathbf{b}, \\ \lambda \mathbf{C}\mathbf{x} &= v \end{aligned} \quad \text{или} \quad \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \lambda \mathbf{C} \end{bmatrix} [\mathbf{x}] = \begin{bmatrix} \mathbf{b} \\ v \end{bmatrix},$$

где $\mathbf{C}\mathbf{x} = \mathbf{z}$, т. е. $\mathbf{C} = \{c_{ik}\}$ — $m \times n$-матрица. Переставив столбцы симплекс-матрицы оптимального решения $\mathbf{x}$ таким образом, чтобы первые p столбцов соответствовали базису, и обозначив выражения, относящиеся к нему, индексом B (внебазисные — индексом C), имеем

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_B & \mathbf{A}_C \\ \lambda \mathbf{C}_B & \lambda \mathbf{C}_C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_B \\ \mathbf{x}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{b} \\ v \end{bmatrix}.$$

Таким образом, выражения, определяющие матрицу $\mathbf{w}$, можно получить непосредственно из симплекс-таблицы, соответствующей решению $\mathbf{x}$.

Шаг А$^{i+1}$. В множестве векторов λ, удовлетворяющих (9), отыскивается λ^{i+1}, возможно более близкий к $\tilde{\lambda}$. С этой целью формируется задача квадратичного программирования

$$\min \sum_{k=1}^{m} (\lambda_k^{i+1} - \tilde{\lambda}_k)^2$$

при $\mathbf{w}^{i+1}\lambda^{i+1} \leqslant 0$, $\lambda \geqslant 0$, $\sum_{k=1}^{m} \lambda_k = 1$, которая решается методом Вульфа.

Описанная процедура иллюстрирована решением простой модельной задачи (при $m=2$, $p=3$, $n=5$).

Процедура прогрессивной ориентации (ППО) [27]. ППО предназначена для решения задачи (3); она начинается с шага B^0, на котором вырабатывается матрица $\mathbf{Y}^0$.

Шаг Γ^0. ЛПР анализирует матрицу $\mathbf{Y}^0$, порожденную множеством экстремальных решений $P_0=P(\mathbf{x}_1,\ldots,\mathbf{x}_m)$. Если среди них не содержится $\mathbf{x}^*$, то следует шаг $Д^0$.

Шаг $Д^0$. Из множества P^0 ЛПР выбирает подмножество P^1 «интересных» решений. Выбор осуществляется в результате последовательности элементарных процедур, в каждой из которых производится исключение одного или нескольких имеющихся или введение новых решений (при условии, что вводится меньше, чем выводится). Авторы приводят два примера элементарных процедур. Первая заключается в сравнении вектора критериев $\mathbf{z}_v$ решения $\mathbf{x}_v \in P^0$ с вектором критериев $\mathbf{z}_{ср}$ так называемого «среднего» решения $\mathbf{x}_{ср}$. Если $\mathbf{z}_{ср}$ предпочтительнее $\mathbf{z}_v$, то $\mathbf{x}_v$ исключается. Если $\mathbf{x}_{ср}$ представляется «интересным», оно может быть введено в P^1. Вторая процедура состоит в сравнении каждого $\mathbf{z}_v$ с вектором критериев $\mathbf{z}_{j_0}$ решения, принятого за опорное. В результате принимается одна из альтернатив: изъять $\mathbf{z}_v$, оставить $\mathbf{z}_v$, заменить его на компромиссное решение

$$\mathbf{z}_v{}^1=\varkappa^1\mathbf{z}_v+(1-\varkappa^1)\mathbf{z}_{j0},\quad 0<\varkappa^1<1.$$

Шаг A^1. Определяется новая область допустимых решений D^1 как усечение D^0 совокупностью добавочных ограничений, которые являются функцией выбора подмножества P^1, а именно $y^1_{jk}\geqslant l_j{}^1$, $k=1,\ldots,m$. Пороги $l_j{}^1$ выбираются равными $y_j{}^1=\min\limits_{\mathbf{x}_j\in P^1} y_{jk}$, если у ЛПР нет особых соображений, заставляющих выбрать $l_j{}^1<y_j{}^1$.

Вычисляются весовые коэффициенты $\lambda_j{}^1=1/\Delta_j{}^1$, где $\Delta_j{}^1$ — так называемое «сожаление» по критерию, представляющее собой разность между его максимальным значением из P^0 и средним значением из P^1.

Шаг $Б^1$. С использованием полученных значений λ^1 и D^1 вычисляется новое эффективное решение $\mathbf{x}^1$ задачи (3).

Шаг B^1. Решение $\mathbf{x}^1$ включается в множество P^1, после чего корректируется матрица критериев. Начиная с этого шага, матрицы критериев $\mathbf{Y}^i$, $i>0$, порождаются множествами P^i, $i>0$, состоящими не только из экстремальных решений $\mathbf{x}_v$, но и включенных компромиссных решений.

Процедура Зайонца — Валлениуса [28]. Процедура предназначена для решения задачи 1, хотя может применяться и в случае вогнутых целевых функций. Начинается с назначения произвольного вектора λ^0.

Шаг $Б^i$. Симплекс-методом вычисляется решение $\mathbf{x}^i$ (и вектор целевых функций $\mathbf{z}^i$).

Шаг B. Выявляется множество $X_c{}^i$ эффективных небазисных переменных, т. е. таких, введение которых в базис привело бы к получению эффективного решения. Для каждой $x_j\in X_c{}^i$ вычисляется вектор $\Delta\mathbf{C}_j=(\Delta C_{j1},\ldots,\Delta C_{jm})$, характеризующий изменения целевых функций при переходе от $\mathbf{x}^i$ к соответствующему эффективному решению. Если полученное таким образом решение рассматривалось ранее, оно исключается.

Шаги Γ^i, $Д^i$. ЛПР оценивает каждый из предъявленных векторов $\Delta\mathbf{C}_j$ и отвечает на вопрос: является ли предлагаемый компромисс, т. е. переход к новому эффективному решению, желательным (возможные ответы — «да», «нет», «не знаю»).

Шаг A^{i+1}. Определяется новый вектор λ^{i+1} как допустимое решение системы уравнений D_λ, построенной в соответствии с ответами ЛПР

$$\sum_{k=1}^{m}\Delta C_{jk}\lambda_k{}^i\leqslant-\varepsilon \text{ для каждого «да»,} \qquad (10)$$

$$\sum_{k=1}^{m} \Delta C_{jk}\lambda_k^i \geqslant \varepsilon \text{ для каждого «нет»,} \tag{11}$$

$$\sum_{k=1}^{m} \Delta C_{jk}\lambda_k^i = 0 \text{ для каждого «не знаю».} \tag{12}$$

Здесь ε — заданное малое число. В систему D_λ входят так же все уравнения типа (10) — (12), сформированные на предыдущих итерациях, и дополнительное условие

$$\sum_{k=1}^{m} \lambda_k = 1, \quad \lambda_k \geqslant \varepsilon, \quad k=1,\ldots,m.$$

Процедура продолжается до получения эффективного решения, у которого нет эффективных небазисных переменных. Число предъявляемых ЛПР вопросов может быть уменьшено за счет автоматической проверки предлагаемых компромиссов на соответствие ранее полученным ответам ЛПР. Проверка осуществляется посредством решения вспомогательной малоразмерной задачи линейного программирования. Авторы приводят подробный процесс решения иллюстративного примера ($m=3$, $p=2$, $n=6$), кратко обсуждают решение условной задачи планирования ($m=4$, $p=48$, $n=108$), полученное за пять итераций, включающих 21 вопрос к ЛПР, и сообщают о решении двух реальных задач планирования ($m=4$, $p=21$, $n=47$ и $n=4$, $p=143$, $n=248$).

СТРУКТУРИЗОВАННЫЕ ПРОЦЕДУРЫ

К данной группе мы отнесли ЧМ-процедуры принятия решений, сформированные в соответствии с предпосылкой, что возможности ЛПР в области сравнения многокритериальных альтернатив весьма ограничены. ЛПР может ответить лишь на ограниченный круг вопросов, который определяется на основании экспериментального изучения способности человека обрабатывать ту или иную информацию. Чем проще эти вопросы, тем легче склонить ЛПР к работе с ЭВМ и тем надежнее сообщаемая машине информация.

Первой по времени реализацией данного подхода явилась ЧМ-процедура STEM [29], предназначенная для решения задачи 1. Приведем лишь краткую схему этой процедуры, так как она подробно описана в отечественной литературе [30, 31].

Шаг А^1. Вычисляется нормированная матрица $\mathbf{Y}^1$, на основании которой определяется система весов λ, соответствующая наибольшей сумме относительных значений критериев (в [30] дано два способа определения весов).

Шаг Б^1. Вычисляется решение $\mathbf{x}^1$ задачи (3) и вектор $\mathbf{z}^1$.

Шаг В^1. Формируется сообщение $I_{\text{эвм}}=\{\mathbf{z}^1, \mathbf{y}^1\}$.

Шаги Г^1, Д^1. Если $\mathbf{x}^1 \notin L$, то ЛПР указывает, какой из критериев является наименее удовлетворительным и насколько следует улучшить значение по этому критерию. Таким образом, $I^1_{\text{ЛПР}}=\{\mathbf{V}_\mu(\mathbf{z}^1), l_\mu^1\}$, где $\mathbf{V}_\mu(\mathbf{z})$ — характеристический критериальный вектор, μ-я составляющая которого равна 1, а остальные $m-1$ составляющих равны 0; l_μ — величина порога удовлетворительности.

Шаг А^2. Определяется новая область допустимых решений D^2 (к области D^1 добавляется уравнение $C_\mu(\mathbf{x}) \geqslant l_\mu^1$).

Шаг Б^2. Вычисляются решение $\mathbf{x}^2$ и вектор $\mathbf{z}^2$.

Шаг В^2. Вычисляется матрица $\mathbf{Y}^2$. Формируется сообщение $I_{\text{ЭВМ}} = \{\mathbf{z}^2, \mathbf{y}^2\}$ и т. д.

Процедура STEM применялась авторами для решения задачи анализа различных вариантов управления кадрами крупной фирмы ($m=4$, $p=200$, $n=350$). В [32, 33] предлагалось использовать ее для оптимизации производственной программы завода.

Накопление данных экспериментальных исследований поведения человека в автоматизированных системах принятия решений привело к выводам, что ЛПР неохотно сообщают количественную информацию относительно своих предпочтений и такая информация не является надежной. В связи с этим разработаны процедуры, рассчитанные на получение от ЛПР информации только качественного характера. В частности, предусмотрены следующие возможные варианты реакций ЛПР:

1) ЛПР определяет наименее важный критерий $C_\nu(\mathbf{x})$ (т. е. такой, по которому можно допустить ухудшение достигнутого значения). В данном случае $I_{\text{ЛПР}}$ может быть представлена в виде m-мерного характеристического критериального вектора $\mathbf{V}_\nu(\mathbf{z})$, ν-я составляющая которого равна -1, а остальные 0.

2) ЛПР указывает критерий $C_\mu(\mathbf{x})$, который должен быть улучшен для получения более предпочтительного решения. При этом $I_{\text{ЛПР}} = \{\mathbf{V}_\mu(\mathbf{z})\}$.

3) ЛПР сообщает, какие критерии должны быть улучшены и какие при этом могут быть ухудшены. Соответствующий характеристический вектор $\mathbf{V}_{\nu\mu}(\mathbf{z})$ составляется из символов 1, -1 и 0.

Рассмотрим примеры таких процедур.

Процедура Беленсона — Капура [34]. Процедура предназначена для решения задачи 1. Сначала составляется матрица $\mathbf{Y}^0$. ЛПР определяет, содержит ли она удовлетворительное решение.

Шаг А^1. Определяется вектор λ^1 как результат игры двух лиц с нулевой суммой. Платежной матрицей в указанной игре служит матрица $\mathbf{Y}^0$, решение получается с помощью линейного программирования. Элементы матрицы $\mathbf{Y}$ предварительно нормируются, а по решению λ' нормированной игры восстанавливается вектор оптимальных весов λ для исходного множества целей

$$\lambda_k = \frac{n_k}{\sum\limits_{k=1}^{m} n_k}, \quad k=1,\ldots,m, \quad \text{где} \quad n_k = \frac{\lambda_k'}{\max\limits_{l} y_{kl} - \min\limits_{k,l} y_{kl}}.$$

Шаг Б^1. Вычисляется решение $\mathbf{x}^1$ задачи (3).

Шаг В^1 пропускается.

Шаг Г^1. Если $\mathbf{x}^1 \in L$, процедура окончена. Если $\mathbf{x}^1 \notin L$ и к тому же $\mathbf{x}^1$ предъявлялось ранее, то задача не имеет решения. В остальных случаях переходят к следующему шагу.

Шаг Д^1. $I^1_{\text{ЛПР}} = \{\mathbf{V}_\nu(\mathbf{z}^1)\}$.

Шаг А^2. Корректируется платежная матрица — $\mathbf{z}_\nu$ заменяется на $\mathbf{z}^1$. Решение игры с полученной таким образом матрицей $\mathbf{Y}^1$ дает новый вектор весов λ^2 и т. д.

Метод иллюстрирован модельными примерами ($m=2$). Описанная ЧМ-процедура была использована также при разработке модели принятия решений при выборе строек по многим критериям [35].

Процедура внешнего ветвления [36]. Предназначена для решения задачи 1, при этом целевые функции и ограничения могут быть выпуклыми функциями x. Предварительно вычисляется двойственный оптимум — вектор $\mathbf{y}^0$.

Шаг Б^1. Вычисляется решение $\mathbf{x}^1$ задачи (6), в которой роль вектора целей α играет оптимум $\mathbf{y}^0$ (т. е. $\alpha_k=y_{kk}^0$, $k=1,\ldots,m$).

Шаг Г^1. $I^1_{\text{ЛПР}}=\{\mathbf{V}_\nu(\mathbf{z}^1)\}$.

Шаг А^2. Корректируется соответствующая компонента вектора цели в (6) — $y_{\nu\nu}$ заменяется на $C_\nu(\mathbf{x}^1)$, т. е. $\alpha_\nu^2=C_\nu(\mathbf{x}^1)$, $\alpha^2_{k\neq\nu}=\alpha_k^1$.

Шаг Б^2. Вычисляется $\mathbf{x}^2$ как результат решения скорректированной задачи (6). С каждой итерацией вектор целей становится более реалистичным и стремится к границе области эффективных решений. Данных об использовании процедуры в практических задачах авторы не приводят.

Укажем еще несколько ЧМ-процедур этого типа.

В [37] описывается несколько вариантов ЧМ-процедур, использующих реакцию ЛПР в виде $\mathbf{V}_\mu(\mathbf{z})$, $\mathbf{V}_\nu(\mathbf{z})$, $\mathbf{V}_{\mu\nu}(\mathbf{z})$ и выполняющих оптимизацию с помощью алгоритмов случайного поиска («с поощрением случайностью» и «с наказанием случайностью»). Приводятся способы ускорения сходимости поиска и сообщается об использовании двух вариантов ЧМ-процедур в задаче оптимизации конструктивных решений секций жилых домов ($m=5$) и в задаче размещения объектов строительства в реконструируемой части города ($m=5$). Удовлетворительные решения получались в среднем за пять — шесть итераций. Подробно эти примеры применения описаны в [38, 39].

Следует указать на группу ЧМ-процедур, полученных в результате применения к задаче 1 адаптивных методов рандомизации и сглаживания. При данном подходе исходная многокритериальная задача формулируется в виде задачи стохастической оптимизации, для решения которой используется метод локальных улучшений [40]. Предложенные варианты процедур используют информацию ЛПР как в виде $\mathbf{V}_\mu(\mathbf{z})$, так и $I_{\text{ЛПР}}=\{\mathbf{z}_\text{А}\succ\mathbf{z}_\text{Б}\}$ (альтернатива А предпочтительнее альтернативы Б). В [41, 42] рассмотрены вопросы повышения скорости сходимости и повышения качества ЧМ-процедур этого типа.

Наконец, отметим опубликованную в [43—45] ЧМ-процедуру решения задачи 2, представляющую собой попытку сочетать легкость для ЛПР структуризованных процедур с гибкостью неструктуризованных. Идея состоит в следующем. Сначала, как и в методе STEM, определяется решение, ближайшее к идеальному (вектор $\mathbf{z}^1$ близок в минимаксном смысле к вектору $\mathbf{y}$). ЛПР оценивает решение и сообщает $I_{\text{ЛПР}}=\{\mathbf{V}_{\mu\nu}(\mathbf{z}^1),\ p^1\}$. Здесь p^1 — перечень номеров ограничений (из множества ограничений, формирующих область D^1), которые, по мнению ЛПР, могут быть ослаблены. После этого ЭВМ производит исследование окрестностей точки $\mathbf{z}^1$ в направлении указанных человеком изменений (необходимые для этого данные можно извлечь из симплекс-таблицы). Если получаемые приращения целевых функций удовлетворяют ЛПР, то оно выбирает новую точку (назначает $\mathbf{x}^2$ или λ^2 или новый вектор ограничений $\mathbf{b}^2$), из которой повторяется диалог.

Несмотря на структуризованную форму вопросов и ответов ЛПР, предлагаемая процедура фактически представляет собой неструктуризованный поиск с дополнительными пробными шагами. По сравнению с неструктуризованной ЧМ-процедурой [13] она требует дополнительного обращения к человеку и ЭВМ в каждом цикле, однако в некоторых условиях полученная таким образом дополнительная информация (к тому же полученная ценой небольших вычислительных затрат) может ускорить процесс поиска предпочтительного решения.

СУЩЕСТВУЮЩИЕ ПОДХОДЫ К СРАВНЕНИЮ МЕТОДОВ

Появление большого числа ЧМ-процедур принятия решений привело к закономерной постановке вопроса об их сравнении. Первая попытка была сделана Д. Дайером [46]. В качестве ЛПР выступали 9 студентов. Для них была разработана модельная ситуация: оценка различных типов легковых автомашин по трем параметрам — стоимости, мощности двигателя и расходу бензина на 100 *км* пробега. Связь между параметрами описывалась линейными уравнениями. Испытуемым объяснялся неструктуризованный метод проб и ошибок, метод Дайера — Джоффриона. Их просили также предложить любой иной метод, подходящий для решения данной задачи. В качестве критериев оценки методов использовалась оценка испытуемыми (по пятибалльной шкале) эффективности метода и степени доверия к методу. По этим критериям для группы в целом, а также для каждого из испытуемых в отдельности первое место занял метод Дайера — Джоффриона [20]. Он оказался лучше метода проб и ошибок. Отметим, что один из испытуемых предложил метод поочередной минимизации по отдельным критериям, который Д. Дайер определил как близкий к методу STEM *. Метод поочередной минимизации также оказался хуже метода Дайера — Джоффриона.

Вторая и более обстоятельная работа по сравнению ЧМ-процедур принятия решений была выполнена Ю. Валлениусом [47]. В оценке принимали участие две группы испытуемых: 18 студентов и 18 управляющих предприятиями. На модельном примере (задача управления предприятием, $m=3$) сравнивались три метода: неструктуризованный метод проб и ошибок, метод STEM, метод Дайера — Джоффриона. В качестве критериев оценки методов были выбраны: 1) субъективное ранжирование методов испытуемыми, 2) степень доверия к полученному решению, 3) легкость использования, 4) легкость понимания метода; 5) полезность для ЛПР получаемой информации; 6) число итераций, 7) близость решения к экстремуму. В результате сравнения по первым пяти критериям метод Дайера — Джоффриона оказался наихудшим. Лучшим по двум основным (последним) критериям оказался метод STEM.

Противоречия между двумя работами по сравнению методов свидетельствуют об отсутствии общепринятой методики такого сравнения. Используемые критерии оценки методов неполно характеризуют возможность их применения при решении важных практических задач.

Как справедливо отмечается в [47], одним из существенных критериев оценки методов должен быть характер информации, требуемой от ЛПР. В связи с этим встает вопрос: что может и чего не может делать человек в рассматриваемых задачах?

ТИПЫ ИНФОРМАЦИИ, ПОЛУЧАЕМОЙ ОТ ЛПР

Многим из приведенных выше методов можно поставить в соответствие те или иные известные методы поиска экстремума функций. Следуя по этому пути, можно изобрести еще немало новых методов, рассматривая ЛПР просто как датчик, обладающий определенными характеристиками. Но как раз эти характеристики скорее постулируются, чем изучаются авторами новых методов. Так, в [20] утверждается, что ЛПР легко находит экстремум вдоль направления в многомерном пространстве критериев, а в [24, 28], что ЛПР легко сравнивает вершины многомерного симплекса.

Рассмотрим обсуждавшиеся выше методы с точки зрения требований,

* На самом деле, при зависимых критериях различия весьма существенны.

Авторы	Форма информации $I_{ЛПР}$	Какие действия выполняет ЛПР	Тип процедуры
D. Savir [26]	d	Сообщает направление изменения компонент вектора решения	Псевдоструктурированные
R. Benayoun, J. Tergny [27]	$z_A > z_B$ (A, B – сравниваемая пара альтернатив)	Из множества решений выбирает подмножество путем попарного сравнения их (в пространстве критериев) с опорным решением	
S. Zionts, J. Wallenius [28]	$z_A > z_B$ или «не знаю»	Попарно сравнивает альтернативу z^i с генерируемыми ЭВМ альтернативами (допустимыми эффективными решениями)	
A. Geoffrion, J. S. Dyer [20]	$\delta(z)$ $z_A > z_{B_1}, z_{B_2}, \ldots$	Определяет маргинальный коэффициент замещения в точке z^i, сравнивает альтернативы при движении вдоль выбранного направления в пространстве критериев	
T. Hemming [24]	$\begin{pmatrix} z_A = \min z_j \\ z_B = \max z_j \\ j = 1, \ldots, m \end{pmatrix}$	Ранжирует альтернативы (определяет наилучшую, наихудшую и среднюю из $(m+1)$ альтернатив) в пространстве критериев	
Р. Бенайюн, О. И. Ларичев, Ж. де Монгольфье, Ж. Терни [30]	V_μ, l_μ	Указывает критерий, который следует улучшить, а также величину порога удовлетворительности	Структурированные
S. M. Belenson, K. C. Kapur [34]	V_ν	Указывает критерий, который может быть ухудшен (для улучшения значений остальных критериев)	
J. P. Aubin, B. Näslund [36]		То же	
А. С. Красненкер, А. И. Каплинский [40, 41]	V_μ	Указывает критерий, который следует улучшить	
А. А. Бедельбаев, Ю. А. Дубов, Б. Л. Шмульян [37]	$V_{\mu\nu}$	Указывает критерии, которые следует улучшить и которые могут быть ухудшены	

предъявляемых ими к ЛПР. В таблице приведены описанные выше ЧМ-процедуры принятия решений (за исключением неструктуризованных) и основные информационные задачи, решаемые ЛПР. Интересно отметить, что все псевдоструктуризованные процедуры требуют от ЛПР сравнения многомерных альтернатив. В структуризованных методах от ЛПР требуется, в первую очередь, выделить критерии, оценки по которым следует улучшить, и критерии, оценки по которым можно ухудшить. Насколько эффективно человек может решать указанные информационные задачи?

ВОЗМОЖНОСТЬ НЕПОСРЕДСТВЕННОЙ ОЦЕНКИ И СРАВНЕНИЯ АЛЬТЕРНАТИВ, ИМЕЮЩИХ ОЦЕНКИ ПО МНОГИМ КРИТЕРИЯМ

Многочисленные экспериментальные данные свидетельствуют о том, что задача непосредственного определения полезности и сравнения альтернатив, имеющих оценки по многим критериям, трудна для человека (см. обзор [48]), что люди ошибаются, они бывают непоследовательны и дают нетранзитивные оценки при решении этой задачи.

В [49, 50] испытуемые оценивали непосредственно по 7- и 9-балльной шкале полезность альтернатив, имевших оценки по 7(9) критериям. Рассматривались проблемы клинической диагностики. В роли испытуемых выступали опытные врачи. Им предъявлялось для оценки около 200 альтернатив, причем для изучения каждой из них было отведено весьма значительное время, эквивалентное продолжительности реального рассмотрения таких случаев в медицинской практике. Испытуемым давалась возможность повторного рассмотрения альтернатив. Среди альтернатив имелось некоторое количество повторяющихся для проверки ответов испытуемых на последовательность (26 альтернатив в [50] и 96 в [49]). Коэффициент корреляции ответов был невысоким.

В [51] приведены многочисленные эксперименты по сравнению различных альтернатив (наборов билетов на спектакли, предполагаемых партнеров по браку, политик фирмы в назначении цен и т.д.). Во всех этих случаях люди делали нетранзитивные сравнения, причем процент нетранзитивности был достаточно большим (27—40%).

В чем же причина такого поведения? Для ответа на этот вопрос следует обратиться к данным дескриптивных исследований процессов сравнения человеком альтернатив с оценками по многим критериям.

Одним из первых исследовал этот вопрос Г. Саймон [52], который обнаружил, что в сложных задачах принятия административных решений люди стремятся рассматривать критерии последовательно: при рассмотрении первого критерия исключаются альтернативы, не удовлетворяющие требованиям по данному критерию, затем рассматривается второй критерий и т. д. Таким образом люди превращают задачу выбора наилучшей из альтернатив в последовательность простых задач удаления альтернатив, не удовлетворяющих требованиям по отдельным критериям.

Аналогичные процедуры обнаружили в своих исследованиях психологи [53]. Они ставили перед испытуемыми следующую проблему: среди предметов, обладающих многими признаками, угадать один, задавая вопросы экспериментатору. Большинство испытуемых использовали следующую стратегию: 1) последовательное выделение признаков (цвет, форма, обрамление и т. д.); 2) последовательная постановка вопросов по каждому признаку (является ли предмет красным?). Опять-таки сложная проблема была разложена на совокупность простых.

В 1972 г. А. Тверский выдвинул гипотезу о поведении человека при решении задач выбора, которая получила название «исключение по аспектам» [54]. Согласно этой гипотезе (получившей подтверждение в различных экспериментах), люди осуществляют процесс выбора так: случайным образом (с вероятностью, пропорциональной важности критерия) производится выбор критерия, затем происходит исключение альтернатив, не удовлетворяющих ограничению по данному критерию, далее выбирается второй критерий и т. д.

Итак, многочисленные эксперименты говорят о том, что человеку трудно одновременно уделять внимание многим аспектам рассматриваемой альтернативы. Поэтому люди вырабатывают стратегии, при применении которых задачи сравнения становятся проще. Примеры таких упрощающих стратегий в человеко-машинных методах принятия решений можно встретить в [46]. Когда испытуемых просили предложить собственную стратегию решения проблемы, они переводили два критерия из трех в ограничения и переходили к однокритериальной задаче. Существуют и другие упрощающие стратегии [48].

Приведенные данные показывают, что способы получения информации от ЛПР, характерные для неструктуризованных или псевдоструктуризованных ЧМ-процедур, трудны для ЛПР и могут привести к получению ошибочных результатов. В то же время в ряде структуризованных процедур осуществляется привычная для человека замена сложной проблемы совокупностью простых. Конечно, такая замена должна осуществляться так, чтобы не возникли дополнительные ошибки [55].

ОБЩАЯ ОЦЕНКА

Основным этапом тех или иных человеко-машинных методов принятия решений является этап получения информации от ЛПР, поиск ЛПР компромисса между критериями. В связи с этим критерий соответствия требований метода возможностям ЛПР является, на наш взгляд, наиболее существенным.

В соответствии с этим критерием наиболее перспективными и надежными являются структуризованные методы. Процедуры получения информации от ЛПР, используемые в этих методах, близки к процедурам, используемым обычно при работе с многомерной информацией: поочередное рассмотрение критериев, перевод части критериев в ограничения. Другим критерием оценки ЧМ-процедур является скорость сходимости. Следует учесть, что в методах, требующих от ЛПР малого объема информации, может потребоваться большое число обращений к ЛПР. Особенно медленными могут оказаться методы, использующие процедуры случайного поиска. С другой стороны, при невысокой размерности пространства критериев (2—3) будут успешными и быстро сходящимися те или иные неструктуризованные или псевдоструктуризованные методы. В них качество результирующего решения в сильной степени зависит от опыта и квалификации ЛПР.

Оценивая приведенные выше группы методов в целом, следует отметить, что при существенном числе критериев предпочтительными являются структуризованные методы. При разработке новых структуризованных методов особое внимание следует уделять проблемам проверки информации ЛПР на непротиворечивость и проблемам минимизации числа обращений к ЛПР.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Х. Юттлер.* Линейная модель с несколькими целевыми функциями. Экономика и матем. методы, 1967, т. III, вып. 3.
2. *В. И. Борисов.* Проблемы векторной оптимизации. В сб. Исследование операций. Методологические аспекты. М., «Наука», 1972.
3. *Д. С. Фарберов, С. Г. Алексеев.* Сравнение некоторых методов решения многокритериальных задач линейного программирования. Экономика и матем. методы, 1978, т. XIV, вып. 1.
4. *Ю. А. Зак.* Модели и методы построения компромиссных планов в задачах математического программирования с несколькими целевыми функциями. Кибернетика, 1972, № 4.
5. *Л. Ф. Даргейко.* Метод ограничений в линейных задачах векторной оптимизации. В сб. Кибернетика и вычислительная техника. Вып. 31. Киев, 1976 (Ин-т кибернетики АН УССР).
6. *С. Оптнер.* Системный анализ для решения деловых и промышленных проблем. М., «Сов. радио», 1969.
7. *Б. Руа.* Проблемы и методы принятия решений в задачах с многими целевыми функциями. В сб. Вопросы анализа и процедуры принятия решений. М., «Мир», 1976.
8. *М. де Монголлен.* Системы «Человек и машина». М., «Мир», 1973.
9. *В. Роуз.* Разработка интерфейсов человек – машина для интерактивных систем, работающих в реальном времени. Труды Ин-та инженеров по электронике и радиоэлектронике (США), 1975, т. 63, № 6.
10. *Л. Т. Созинова.* Принципы оптимизации взаимодействия человека с ЭВМ. (Обзорная информация). М., 1976 (ЦНИИТЭИ приборостроения).
11. *W. S. Vaughan, A. S. Mavor.* Behavioural Characteristics of Men in the Performance of Some Decision-Making Task Components. Ergonomics, 1972, v. 15, N. 3.

12. *S. Eilon*. Goals and Constaints in Decision Making. Oper. Res. Quarterly, 1972, v. 23, N. 1.
13. *D. E. Monarchi, J. E. Weber, L. Duckstein*. An Interactive Multiple Objective Decision-Making and Using Nonlinear Goal Programming. Preprints of 2nd European Congress on Oper. Res. Stockholm, Nov., 1976.
14. *J. E. Kelly*. The Cutting-Plane Method for Solving Convex Program. SIAM, 1960, v. 8, N. 4.
15. *В. М. Португал*. Календарное планирование мелкосерийного производства в режиме диалога «человек – ЭВМ». Управляющие системы и машины, 1973, № 1.
16. *О. А. Поляков*. Утилитарный подход к оптимизации планирования производства на предприятии. Приборы и системы управления, 1978, № 7.
17. *В. М. Глушков, Г. Б. Олеарш*. Вопросы построения диалоговой системы планирования ДИСПЛАН. Препринт 77–36. Киев, 1977 (Ин-т кибернетики АН УССР).
18. *I. V. Gouevsky, I. P. Popchev*. Man-Machine Procedure for Multi-objective Control in Water Resource Systems. Res. report of International Institute for Applied Systems Analysis (Austria), RR-75-18, June, 1975.
19. *О. А. Поляков*. О методике оптимизации процесса принятия плановых решений на предприятии. Автоматика и телемеханика, 1977, № 2.
20. *Дж. Дайер*. Многоцелевое программирование с использованием человеко-машинных процедур. В сб. Вопросы анализа и процедуры принятия решений. М., «Мир», 1976.
21. *А. Джоффрион, Дж. Дайер, А. Файнберг*. Решение задач оптимизации при многих критериях на основе человеко-машинных процедур. В сб. [20].
22. *J. S. Dyer*. A Time-Sharing Computer Program for the Solution of the Multiple Criteria Problem. Man. Sci., 1973, 19, N. 12.
23. *Т. М. Виноградская*. Два алгоритма выбора многомерной альтернативы. Автоматика и телемеханика, 1977, № 3.
24. *T. Hemming*. A New Method for Interactive Multiobjective Optimization: a Boundary Point Ranking Method. В сб. Multiple Criteria Decision Making. Proc. Conf. Jouy-en-Josas, France (1975) Berlin, Heidelberg, 1976.
25. *N. Nelder, R. Mead*. A Simplex Method for Function Minimization. Computer J., 1965, v. 7.
26. *D. Savir*. Multiobjective Linear Programming. Oper. Res. Center (ORC 66-21). Univ. of California – Berkeley, Nov. 1966.
27. *R. Benayoun, J. Tergny*. Critères Multiples et Programmation Mathematique: une solution dans le cas linéaire. Rev. Franc. d'Inform. et de Rech. Operat., 1969, v. 3, N v – 2.
28. *S. Zionts, J. Wallenius*. An Interactive Programming Method for Solving the Multiple Criteria Problem. Man. Sci., 1976, v. 22, N. 6.
29. *R. Benayoun, J. de Montgolfier, J. Tergny, O. Larichev*. Linear Programming with Multiple Objective Functions: STEP Method (STEM). 7th Moth. Programm, Symp., The Hague, Sept. 1970.
30. *Р. Бенайюн, О. И. Ларичев, Ж. де Монгольфье, Ж. Терни*. Линейное программирование при многих критериях: метод ограничений. Автоматика и телемеханика, 1971, № 8.
31. *О. И. Ларичев*. Человеко-машинные процедуры принятия решений. (Обзор). Автоматика и телемеханика, 1971, № 12.
32. *Л. Ш. Гафт, Я. С. Клейнер*. Об одном алгоритме принятия решений в многокритериальных задачах управления. Препринт ИЭП АН УССР. 73-18-АСУ. Донецк, 1973.
33. *Л. А. Тимашова*. Многокритериальные задачи в системах технико-экономического планирования. В сб. Математические модели сложных систем. Киев, 1973 (Ин-т кибернетики АН УССР).
34. *S. M. Belenson, K. C. Kapur*. An Algorithm for Solving Multicriterion Linear Programming Problems with Examples. Oper. Res. Quarterly, 1973, v. 24, N. 1.
35. *Е. Ф. Тер-Ованесов*. Модель принятия решений при выборе строек по многим критериям. Изв. АН СССР. Техническая кибернетика, 1976, № 4.
36. *J. P. Aubin, B. Näslund*. An Exterior Branching Algorithm. Working Paper 72–42, European Institute for Advanced Studies in Management, Feb., 1972.
37. *А. А. Бедельбаев, Ю. А. Дубов, Б. Л. Шмульян*. Адаптивные процедуры принятия решений в многокритериальных задачах. Автоматика и телемеханика, 1976, № 1.
38. *Ю. С. Попков, Б. Л. Шмульян, Н. В. Икоева, А. Б. Кабаков*. Многокритериальный подход для оптимизации очередности строительства в сложившейся части города. В сб. Использование прикладного системного анализа в проектировании и управлении развитием города. М., Стройиздат. 1971.
39. *Ю. Дубов, Б. Шмульян, М. Фрадин*. Архитектор – ЭЦВМ – архитектор. Строительство и архитектура Москвы, 1974, № 2.
40. *А. С. Красненкер*. Метод локальных улучшений в задаче векторной оптимизации.

Автоматика и телемеханика, 1975, № 3.
41. *А. И. Каплинский, А. С. Красненкер.* О формировании диалоговых алгоритмов векторной оптимизации. Автоматика и вычислительная техника, 1977, № 5.
42. *А. И. Каплинский, А. С. Красненкер, А. В. Назин.* Обучение принципу свертывания в задаче векторной оптимизации. Автоматика и вычислительная техника, 1978, № 4.
43. *Ph. Vincke.* A New Approach to Multiple Criteria Decision-Making. В сб. [24].
44. *Ph. Vincke.* Une Méthode Interactive en Programmation Linéaire à Plusieurs Fonctions Economiques. Rev. franc. automat. inform. rech. oper., 1976, v. 10, N 6.
45. *M. Despontin, Ph. Vincke.* Multiple Criteria Economic Policy. В сб. Multiple Criteria Decision Making. Berlin, Heidelberg, New York, 1976.
46. *J. S. Dyer.* An Empiorical Investigation of a Man-Machine Interactive Approach to the Solution of the Multiple Criteria Problem. В сб. Multiple Criteria Decision Making. Columbia, 1973.
47. *J. Wallenius.* Comparative Evaluation of Some Interactive Approaches to Multicriterion Optimization. Man. Sci., 1925, v. 21, N 12.
48. *P. Slovic, B. Fischhoff, S. Lichtenstein.* Behavioural Decision Theory. Ann. Psych. Rev. 1977, v. 28.
49. *P. Hoffman, P. Slovic, L. Rorer.* An Analysis-of-Variance Model for the Assessement of Configural and Utilization in Clinical Judgement. Psych. Bull., 1968, v. 69.
50. *R. M. Hogerth.* Process Tracing in Clinical Judgement. Behavioural Sci., 1974, v. 19.
51. *J. Marschak.* Decision Making: Economic Aspects. International Encyclopedia of the Social Sciences, 1968, v. 4.
52. *H. A. Simon.* Administrative Behaviour. N. Y., 1960.
53. *Дж. Миллер, Е. Галантер. К. Прибрам.* Планы и структуры поведения. М., «Прогресс», 1965.
54. *A. Tversky.* Elimination by Aspects: A Theory of Choice. Psych. Rev., 1972, v. 79.
55. *A. Tversky.* Intransitivity of Preferences. Psych. Rev., 1969, v. 76.

Поступила в редакцию
21 XI 1978

Ларичев О. И., Поляков О. А. Человеко-машинные процедуры решения многокритериальных задач математического программирования. (Обзор). // *Экономика и математические методы*. — 1980.— Т. 16, № 1. — С. 129–145.

```
@Article{Larichev_Polyakov_1980,
  author =       "Ларичев, О. И. and Поляков, О. А.",
  title =        "Человеко-машинные процедуры решения
                  многокритериальных задач математического
                  программирования. ({О}бзор).",
  journal =      "Экономика и математические методы",
  volume =       "16",
  number =       "1",
  pages =        "129--145",
  year =         "1980",
  language =     "russian",
}
```