Моделирование поведения и интеллекта

УДК 519.81

© 1996 г. И. АНИЧ (Университет Белграда, Югославия), О.И.ЛАРИЧЕВ, член-корр. РАН (Институт системного анализа, Москва)

МЕТОД ЭЛЕКТРА И ПРОБЛЕМА АЦИКЛИЧНОСТИ ОТНОШЕНИЙ АЛЬТЕРНАТИВ¹

В статье рассматривается подход французской школы принятия решений, представленной методами ЭЛЕКТРА. Отмечаются положительные черты этого подхода, связанные с введением отношения несравнимости между альтернативами. Основное внимание уделяется проблеме ацикличности отношений альтернатив. Получено условие, позволяющее гарантировать ацикличность отношений между альтернативами путем введения пределов изменения индекса согласия. Приведены численные примеры.

1. Введение

Среди нормативных методов принятия решений при многих критериях достаточно давно существуют две принципиально отличные научные школы: американская [1] и французская [2, 3].

Американская школа опирается на подход теории полезности [4]. Предполагается, что в каждой конкретной задаче принятия решений при многих критериях необходимо построить численную функцию полезности, отражающую предпочтения лица, принимающего решения (ЛПР). Это построение имеет аксиоматический характер: имеется система аксиом, которая должна быть принята ЛПР. Некоторые из аксиом (в первую очередь так называемые аксиомы независимости) подлежат проверке: насколько точно они согласуются с предпочтениями ЛПР. В зависимости от результатов этой проверки делается вывод о том или ином виде функции полезности (см. подробней в [1]). Оба подхода (американский и французский) используют как входную информацию многокритериальные оценки альтернатив, полученные от экспертов либо в результате объективных измерений. После построения функции полезности или ценности каждая из альтернатив получает то или иное значение полезности (или ценности) и все альтернативы упорядочиваются по данному показателю.

В отличие от американской школы французская научная школа имеет скорее эвристическое, поведенческое, а не математическое обоснование. Серию методов ЭЛЕКТРА, предложенных французскими учеными, следует рассматривать в рамках так называемого конструктивистского подхода [3]. Этот подход основан на предположении, что предпочтения ЛПР формируются в значительной степени в ходе решения проблемы.

Основная идея методов ЭЛЕКТРА состоит в изучении отношений между альтернативами при использовании двух индикаторов: конкорданса (согласия) и дискорданса (несогласия). Применительно к задаче сравнения двух альтернатив A и

 $^{^{1}}$ Работа частично поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, грант № 95-01-00083.

B (имеющих оценки по многим критериям) речь идет о согласии или несогласии с гипотезой, что A превосходит B (или наоборот). В методах ЭЛЕКТРА от ЛПР требуется лишь назначение весов критериев, что менее трудоемко по сравнению с построением функции полезности. В результате применения методов ЭЛЕКТРА две альтернативы могут находиться в одном из трех отношений: превосходства, безразличия, несравнимости (см. далее).

Критики методов ЭЛЕКТРА, выступающие с формальных, математических позиций (см., например, [5]), не смогли понять важности введения отношения несравнимости между двумя альтернативами. Устанавливая различные значения индексов согласия и несогласия, французская научная школа ввела пороги сравнимости в отношение между двумя альтернативами. При этом явно определялось, что сравнимость зависит от желания согласиться на превосходство альтернативы A над альтернативой B при определенном "несогласии" с этим утверждением. Следовательно, альтернативы, оставшиеся несравнимыми, имеют достаточно противоречивые оценки. Внимание ЛПР обращается на трудность их сравнения, что крайне важно с практической точки зрения.

Следует указать, что обе научные школы возникли в 60-е годы. Как известно, в последние 20 лет появились новые результаты психологических исследований дескриптивного характера [6]. Эти результаты ставят под вопрос возможности корректного получения от ЛПР информации, необходимой для применения нормативных методов. Человеческие "эвристики и смещения" вносят существенные искажения при выявлении весов критериев и построении функции полезности. Эти факты были по-разному учтены в американской и французской научных школах. В американской научной школе была введена проверка результатов на чувствительность к изменению параметров [7]. Во французских методах соответствующие проблемы были менее существенны, так как речь шла лишь о назначении критериев, а не о построении функции полезности. Наряду с проверкой чувствительности в отношении весов критериев методы ЭЛЕКТРА допускают и другой выход из положения. В одной из первых публикаций по методу ЭЛЕКТРА проф. Б. Руа сделал замечание, что веса критериев могут рассматриваться как число голосов членов жюри, голосующих за важность того или иного критерия. Отсюда следует операциональное определение весов: члены жюри (или, например, члены консультативного совета при ЛПР) ранжируют критерии по важности, далее ранги рассматриваются как баллы, суммируются и нормируются. Хотя такой способ выражения коллективного мнения не обладает свойством независимости от несвязанных альтернатив [8], он достаточно хорошо отражает предпочтения голосующих.

Такой подход к определению весов не является, конечно, единственным; остается возможность назначения весов ЛПР. Однако при коллективном определении весов выделяются две разные группы задач, на которые могут быть ориентированы методы ЭЛЕКТРА и аксиоматические методы. При задачах предварительного анализа, решаемых без непосредственного участия ЛПР, методы ЭЛЕКТРА позволяют изучить степень сравнимости альтернатив, степень очевидности того или иного их упорядочения. Аксиоматические методы требуют непосредственного и трудоемкого участия ЛПР [9], но гарантируют полную сравнимость альтернатив.

Отметим, что понятие несравнимости альтернатив используется на иных основаниях в вербальном (порядковом) анализе решений. При этом подходе [10, 11] в методах принятия решений применяются только психологически корректные (допустимые) операции по переработке информации. Оказалось возможным [11] оценить различные операции по переработке информации и выделить из них допустимые – достаточно надежные. Большинство таковых относится к преобразованиям вербальных переменных. В рамках вербального анализа решений две альтернативы рассматриваются как несравнимые, если их нельзя сравнить с помощью допустимых операций по переработке информации. Методы вербального анализа решений

[11-13] позволяют упорядочить альтернативы (построить квазипорядок), отнести их к классам решений, выделить лучшую альтернативу из группы, используя лишь качественные (а не количественные) оценки.

2. Основные сведения о методе ЭЛЕКТРА 1

Рассмотрим две альтернативы: A и B, имеющие оценки по N критериям.

Пусть по каждому из критериев имеется дискретная шкала численных оценок, каждая из которых соответствует определенному уровню качества альтернативы по данному критерию.

Множество критериев разобьем на подмножества:

 I^{+} – оценки альтернативы A лучше, чем оценки альтернативы B;

 $I^{=}$ – оценки A и B одинаковы;

 I^- – оценки B лучше, чем оценки A.

Выдвинем гипотезу, что альтернатива A превосходит по ценности альтернативу B. В методе ЭЛЕКТРА 1 индекс согласия (конкорданса) с этой гипотезой подсчитывается по формуле [2]

$$C(A,B) = \sum_{i \in I^+,I^=} w_i / \sum_{i=1}^N w_i,$$

где w_i – вес i-го критерия; w_i – целое число (обычно определяется в диапазоне от 1 до 10).

Критерии, принадлежащие к подмножеству I^- , выражают несогласие с выдвинутой гипотезой. В методе ЭЛЕКТРА 1 индекс несогласия (дискорданса) определяется по формуле:

$$d(A,B) = \max_{i \in I^-} (x_i^B - x_i^A)/m_i,$$

где x_i^A , x_i^B — оценки альтернатив A и B по i-му критерию из подмножества I^- , m_i — длина шкалы i-го критерия.

Нетрудно убедиться, что индексы C и d изменяются в пределах от 0 до 1.

Рассмотрим два числа, расположенные между 0 и 1. Одно из них, p, будем считать близким к 1, а второе, q, — близким к 0.

Будем называть числа p и q пороговыми значениями и будем говорить, что альтернатива A превосходит альтернативу B тогда и только тогда, если: индекс согласия не меньше p:

$$C(A,B)\geqslant p,$$

индекс несогласия не превосходит q:

$$d(A, B) \leqslant q$$
.

Введенное бинарное отношение позволяет построить на множестве альтернатив граф G(p,q). В этом графе направленная дуга означает превосходство одной альтернативы над другой, а отсутствие дуги – несравнимость альтернатив по введенному бинарному отношению.

Граф G(p,q) обладает следующими свойствами.

- 1. Если $p\leqslant p'$ и $q\geqslant q'$, то граф G(p,q) содержит граф G(p',q') в качестве частичного графа.
- 2. Если p < 1 и q > 0, то граф G(p,q) не обязательно является транзитивным. Это означает, что превосходства A над B и B над C недостаточно, чтобы было превосходство A над C. Более того, в графе могут быть циклы.

Пороговые значения p и q являются инструментами ЛПР. Меняя эти значения, ЛПР определяет условия сравнимости альтернатив и тем самым изучает множество имеющихся альтернатив. Ясно, что с уменьшением p и увеличением q число сравнимых альтернатив увеличивается. Пусть при каких-то пороговых значениях альтернатива A превосходит альтернативу B. Рассматривая задачу выделения из множества альтернатив наиболее предпочтительных, можно удалить из рассмотрения альтернативу B.

В общем случае обозначим через S подмножество оставляемых альтернатив и через $E \setminus S$ – подмножество исключаемых альтернатив.

Потребуем, чтобы подмножество S обладало следующими свойствами:

- 1) внешней устойчивости: для любой из исключенных альтернатив имеется хотя бы одна, превосходящая ее, среди оставляемых,
- 2) внутренней устойчивости: никакая из оставляемых альтернатив не превосходится другой, также относящейся к подмножеству S.

Подмножества вершин графа G(p,q), которые удовлетворяют одновременно двум свойствам, называются ядрами.

В случае появления в графе G(p,q) нетранзитивностей основным для выделения ядра становится свойство внутренней устойчивости.

Отсутствие циклов в графе является необходимым условием существования и единственности ядра. Однако в общем случае циклы могут быть. В случае их появления предлагается объявить альтернативы, входящие в цикл, эквивалентными.

3. Проблема ацикличности отношений альтернатив

Многочисленные применения методов ЭЛЕКТРА, публикуемые в трудах Лаборатории поддержки принятия решений (LAMSADE) Парижского университета, по-казывают большую практическую эффективность данного подхода. Тем важнее уделить особое внимание методологическим проблемам, связанным с применением данной группы методов. Об одной из них – измерении весов – уже говорилось выше. Другая проблема связана с ацикличностью отношений между альтернативами. Эта проблема также представляется достаточно серьезной. Действительно, трудно придумать рациональное объяснение появляющемуся циклу альтернатив. Хотелось бы найти условия, при соблюдении которых циклы никогда бы не появлялись. Этому вопросу посвящена остальная часть данной статьи.

4. Формальная постановка задачи и ее решение

Дано:

 $A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ – множество альтернатив;

 $K = \{1, 2, ..., N\}$ – множество критериев;

 $Q = \{1, 2, \dots, m_i\}$ — множество дискретных оценок на шкале i-го критерия; упорядоченных от худшей к лучшей;

 x_i^j – оценка A_j на шкале i-го критерия;

 $x^j = \{x_1^j, x_2^j, \dots, x_N^j\}$ — вектор оценок альтернативы A_j по критериям.

Индексы $C_{ij},\ d_{ij},\$ коэффициенты важности w_i определены выше.

Требуется: найти условия, исключающие появление циклов на множестве A при применении метода ЭЛЕКТРА 1.

Введем следующие обозначения:

$$C_{j\,q}^* = rac{\sum\limits_{i \in I^+} w_i}{\sum\limits_{i \in I^+, I^-} w_i}$$
 — новый индекс конкорданса;

$$w_i^* = rac{w_i}{\sum\limits_{i=1}^{i}w_i}$$
 — нормированный вес i -го критерия; $x_i^j = rac{x_i^j}{m_j}$ — нормированная оценка A по i -му критерию; $M_j = \sum\limits_{i=1}^{N}w_i^*x_i^j$ — взвешенная сумма оценок альтернативы A .

Решение поставленной задачи дает следующая лемма.

$$(1) C_{jq}^* > \frac{\ell}{\ell+1},$$

где
$$\ell = \frac{d_{jk} \sum\limits_{i \in I^+} w_i^*}{\sum\limits_{i \in I^+} w_i^* (x_i^j - x_i^q)},$$
 то на множестве A не возникает циклов,

Доказательство дано в приложении 1.

Сделаем несколько замечаний.

- 1. Доказанное условие определяет порог сравнимости альтернатив на основе имеющейся информации. В отличие от порогов p,q, изменяемых ЛПР в ходе анализа соотношений между альтернативами, новый порог назовем абсолютным порогом сравнимости (AПС).
- 2. Данное название отражает смысл нового индекса: состав и характер имеющейся информации (оценки альтернатив по критериям, веса критериев) определяют возможности сопоставления альтернатив, за которыми это сравнение ненадежно и может ввести в заблуждение.
- 3. Отметим, что значения АПС зависят как от весов критериев, так и от индекса дискорданса. Поэтому при анализе, проводимом ЛПР, p и q должны выбираться из условия соблюдения неравенства (1).
- 4. В отличие от порогов p и q, назначаемых для всех пар альтернатив, АПС определяется для каждой пары отдельно, чем достигается большая гибкость анализа.

Приведем пример, показывающий, что условие (1) не может быть ослаблено.

Пусть $N=3; m_i=3; n=3;$

$$A_1 = \{1, 2, 3\}; \quad A_2 = \{3, 1, 2\}; \quad A_3 = \{2, 3, 1\}.$$

Пусть веса (коэффициенты важности) критериев одинаковы.

Сформулированное выше условие отсутствия циклов в данном случае имеет вид:

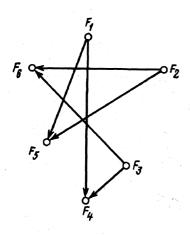
$$C^* > \frac{2}{3}$$
 для всех пар j, q .

Исследуем отношения между альтернативами при $C^*=\frac{2}{3}$. При этом имеем: $A_1\to A_2\to A_3\to A_1$ (где стрелкой обозначено превосходство альтернативы), т.е. имеется цикл.

5. Пример

В настоящее время в России имеется много фондов, предлагающих к продаже свои акции. Как известно, часть из этих фондов уже прогорела, не оставив никаких надежд своим вкладчикам. Тем не менее, проблема вложения обесценивающихся из-за инфляции средств остается для многих индивидуальных или коллективных (общественные организации) вкладчиков весьма актуальной.

						Таблица 1
	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6
		1/3	3/5	3/5	2/3	1/2
2	2/3		2/5	2/5	3/5	2/3
	2/5	3/5		1	1/2	3/5
	2/5	3/5	0		1/3	1/2
	1/3	2/5	1/2	2/3		1/2
	1/2	1/3	2/5	1/2	1/2	
				•		Таблица 2
	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6
		2/3	2/3	1/3	1/3	2/3
	2/3		2/3	2/3	1/3	1/3
	2/3	2/3		0	2/3	1/3
	1/3	2/3			2/3	1/3
	1/3	1/3	2/3	2/3		1/3
	2/3	1/3	1/3	1/3	1/3	Таблица
1 (1994) 1 (1994) 8 (1994)						
1 (4) 3 (4)	F ₁	F ₂	F_3	F ₄	F ₅	F_6
	F ₁		F ₃ 2/3	F ₄	F ₅	F ₆
	F ₁	F ₂	F_3	F ₄ 1/2 1/2	F ₅ 1/2 1/2	F ₆ 1/2 1/2
	F ₁	F ₂	F ₃ 2/3	F ₄	F ₅	F ₆
	F ₁ 2/3 2/3	F ₂ 1/2 2/3	F ₃ 2/3	F ₄ 1/2 1/2	F ₅ 1/2 1/2 2/3	F ₆ 1/2 1/2 1/2
	F ₁ 2/3 2/3 1/2	F ₂ 1/2 2/3 2/3	F ₃ 2/3 1/2	F ₄ 1/2 1/2 0	F ₅ 1/2 1/2 2/3	F ₆ 1/2 1/2 1/2 1/2 1/2
	F ₁ 2/3 2/3 1/2 1/2	F ₂ 1/2 2/3 2/3 1/2	F ₃ 2/3 1/2 1 2/3	F ₄ 1/2 1/2 0 2/3	F ₅ 1/2 1/2 2/3 1/2	F ₆ 1/2 1/2 1/2 1/2 1/2 1/2
	F ₁ 2/3 2/3 1/2 1/2	F ₂ 1/2 2/3 2/3 1/2	F ₃ 2/3 1/2 1 2/3	F ₄ 1/2 1/2 0 2/3	F ₅ 1/2 1/2 2/3 1/2	F ₆ 1/2 1/2 1/2 1/2 1/2 1/2
	F ₁ 2/3 2/3 1/2 1/2 2/3	F ₂ 1/2 2/3 2/3 1/2 1/2	F ₃ 2/3 1/2 2/3 1/2	F ₄ 1/2 1/2 0 2/3 1/2	F ₅ 1/2 1/2 2/3 1/2 1/2	F ₆ 1/2 1/2 1/2 1/2 1/2 1/2 1/2 Tаблица
	F ₁ 2/3 2/3 1/2 1/2 2/3	F ₂ 1/2 2/3 2/3 1/2 1/2 F ₂	F ₃ 2/3 1/2 2/3 1/2 F ₃	F ₄ 1/2 1/2 0 2/3 1/2 F ₄	F ₅ 1/2 1/2 2/3 1/2 1/2 F ₅	F ₆ 1/2 1/2 1/2 1/2 1/2 1/2 1/2 Таблица .
	F_1 2/3 2/3 1/2 1/2 2/3 F_1	F ₂ 1/2 2/3 2/3 1/2 1/2 F ₂	F ₃ 2/3 1/2 2/3 1/2 F ₃ 0,57	F ₄ 1/2 1/2 0 2/3 1/2 F ₄ 0,57	F ₅ 1/2 1/2 2/3 1/2 1/2 F ₅ 0,62	F ₆ 1/2 1/2 1/2 1/2 1/2 1/2 1/2 7аблица F ₆ 0,48
	F ₁ 2/3 2/3 1/2 1/2 2/3 F ₁ 0,63	F ₂ 1/2 2/3 2/3 1/2 1/2 1/2 F ₂ 0,37	F ₃ 2/3 1/2 2/3 1/2 F ₃ 0,57	F ₄ 1/2 1/2 0 2/3 1/2 F ₄ 0,57 0,36	F ₅ 1/2 1/2 2/3 1/2 1/2 F ₅ 0,62 0,53	F ₆ 1/2 1/2 1/2 1/2 1/2 1/2 1/2 Таблица . F ₆ 0,48 0,59
	F_1 $ \begin{array}{c c} & 2/3 \\ & 2/3 \\ & 1/2 \\ \hline & 1/2 \\ \hline & 2/3 \\ \end{array} $ $ \begin{array}{c c} & F_1 \\ \hline & 0,63 \\ \hline & 0,43 \\ \end{array} $	F ₂ 1/2 2/3 2/3 1/2 1/2 1/2 F ₂ 0,37	F ₃ 2/3 1/2 2/3 1/2 F ₃ 0,57	F ₄ 1/2 1/2 0 2/3 1/2 F ₄ 0,57 0,36	F ₅ 1/2 1/2 2/3 1/2 1/2 F ₅ 0,62 0,53 0,54	1/2 1/2 1/2 1/2 1/2 1/2 1/2 Таблица л F6 0,48 0,59 0,64



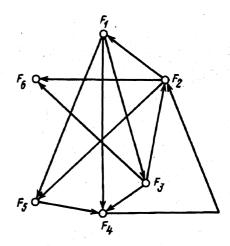


Рис. 1

Рис. 2

Покажем, как многокритериальный анализ и применение метода ЭЛЕКТРА может помочь в решении данной задачи. В качестве критериев оценки фондов выберем следующие: 1. Количество рекламных объявлений в печати и телевидении. 2. Размер дивидендов, предлагаемый фондом. 3. Связи фонда со стабильными предприятиями или банками. 4. Первичный капитал. 5. Доверие к руководству фонда. В приложении 2 приведены шкалы оценок по этим критериям. Каждая шкала содержит три словесные оценки, упорядоченные от лучшей к худшей. Эти шкалы отражают распространенное в настоящее время недоверие к чрезмерной рекламе и к чрезмерно большим процентам, обещанным разными фондами.

Предположим, что имеется шесть фондов, получивших следующие оценки по критериям (номер соответствует вербальной оценке на шкале критерия):

$$F_1$$
 (2, 2, 3, 1, 2),
 F_2 (2, 3, 1, 1, 3),
 F_3 (3, 1, 2, 3, 1),
 F_4 (3, 1, 2, 2, 1),
 F_5 (1, 2, 2, 2, 2),
 F_6 (2, 2, 1, 2, 2).

Предположим сначала, что потенциальный вкладчик считает все пять критериев одинаково важными. Табл. 1 содержит значения нового индекса C конкорданса. В табл. 2 приведены значения индекса дискорданса d. В табл. 3 даны значения АПС для пар альтернатив, подсчитанные в соответствии с приведенной выше леммой и гарантирующие ацикличность при значениях p, превышающих эти пороги. Они соответствуют условиям:

при
$$\ell=1$$
 $C^*>0.5$, при $\ell=2$ $C^*>rac{2}{3}$.

Возьмем пороговые значения p, превышающие установленные табл. 3 пороги, и q=1/3. Тогда получим граф, представленный на рис. 1. Из него следует, что альтернативы F_4 , F_5 , F_6 можно исключить, а альтернативы F_1 , F_2 , F_3 – несравнимые.

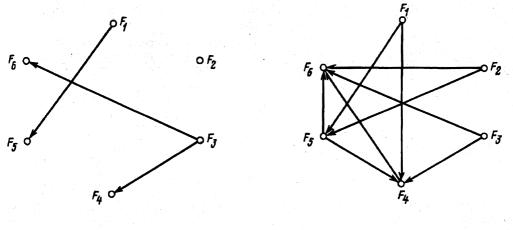


Рис. 3

Рис. 4

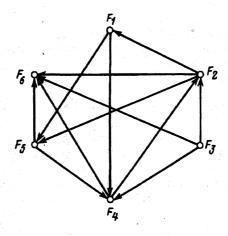


Рис. 5

Если же, не обращая внимания на табл. 3, взять p=0.6 и q=1/3, то получим граф на рис. 2, в котором имеются циклы.

Рассмотрим следующий случай. Глава общественной организации, желающий вложить средства в какие-либо фонды, поручил проанализировать ситуацию трем своим заместителям. Они проранжировали критерии (от более к менее важным) по трем разным принципам:

4 3 5 2 1 - "надежность фонда",

2 4 3 1 5 - "деньги",

15342 - "имидж фонда".

Заменив ранги баллами и просуммировав баллы, получим после нормирования следующие веса критериев:

$$w_1^* = 0.18;$$
 $w_2^* = 0.18;$ $w_3^* = 0.22;$ $w_4^* = 0.24;$ $w_5^* = 0.18.$

Значения индексов конкорданса приведены в табл. 4. Если взять пороговые значения равными

$$C^* > p = 0.6; \quad d < q = \frac{1}{3},$$

то получим граф на рис. 3. Согласно этому графу фонды F_4 , F_5 , F_6 исключаются из рассмотрения, а F_1 , F_2 , F_3 – несравнимые.

Если взять минимально допустимые значения C^* , превышающие указанные в табл. 3, то получим граф на рис. 4. Он не добавляет ничего нового в сделанные ранее выводы, так как ядро остается тем же. Если в нарушение полученных ранее условий взять

$$C^* > p = 0.6; \quad d < q = \frac{2}{3},$$

то появляются циклы (рис. 5).

6. Обсуждение

Абсолютный порог сравнимости (АПС) определяет пределы в исследовании соотношений между альтернативами. Эти пределы зависят от относительных досточиств и недостатков двух альтернатив. Иначе говоря, учитываются одновременно веса критериев, минимальное превосходство по оценкам альтернативы A_j над альтернативой A_g , максимальное превосходство по оценкам альтернативы A_g над альтернативой A_j . Таким образом, АПС является как бы аппроксимацией разности $M_j - M_g$, показателей взвешённых сумм оценок критериев. В отличие от этих показателей, сохраняется возможность использования отношения несравнимости между альтернативами, возникающего при крайне противоречивых оценках. Сохраняются все положительные черты методов ЭЛЕКТРА при отсутствии циклов на множестве альтернатив.

Необходимо еще раз подчеркнуть, что в общем случае целью анализа, проводимого с помощью метода ЭЛЕКТРА 1 (а также ряда других вариантов этого метода), является выделение ядра, состоящего из сложных для сравнения альтернатив. При необходимости продолжения анализа с целью сужения оставшейся группы или выделения одной лучшей следует использовать другие методы.

Серьезной проблемой остаются человеческие ошибки при назначении весов критериев [14]. Один из возможных подходов – переход к проблеме коллективного назначения весов – указан выше. В приведенном выше числовом примере содержатся предложения по анализу чувствительности весов к ошибкам ЛПР. Анализ состава альтернатив в ядре при разных системах весов показывает устойчивое подмножество альтернатив. В ряде случаев отношения между альтернативами становятся зависимыми от ранжирования критериев, т.е. от намного более надежной информации.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

$$M_j - M_q = \sum_{i \in I^+} w_i^*(x_i^j - x_i^q) - \sum_{i \in I^-} w_i^*(x_i^q - x_i^j).$$

Обозначим:

$$a = \frac{\sum\limits_{i \in I^+} w_i^*(x_i^j - x_i^q)}{\sum\limits_{i \in I^+} w_i^*}.$$

Очевидно, что

$$\sum_{i \in I^+} w_i^* (x_i^j - x_i^q) = a \sum_{i \in I^+} w_i^*;$$

$$\sum_{i\in I^-} w_i^*(x_i^q-x_i^j)\leqslant d\sum_{i\in I^-} w_i^*.$$

Следовательно,

$$M_j - M_q \geqslant a \sum_{i \in I^+} w_i^* - d \sum_{i \in I^-} w_i^*$$
.

Из условия

$$C_{jq}^* > \frac{\ell}{\ell+1}$$

следует

$$\begin{split} &\frac{\sum\limits_{i\in I^+} w_i^*}{\sum\limits_{i\in I^+} w_i^* + \sum\limits_{i\in I^-} w_i^*} > \frac{\ell}{\ell+1};\\ &\sum\limits_{i\in I^+} w_i^* > \ell \sum\limits_{i\in I^-} w_i^*; \quad \text{ho} \quad \ell = \frac{d}{a}. \end{split}$$

Откуда следует, что при

$$C_{jq}^* > \frac{\ell}{\ell+1} \quad M_j - M_q > 0.$$

Следовательно, нетранзитивность при таком условии невозможна, так как она означала бы арифметическую нетранзитивность.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Критерии оценки фондов.

- 1. Количество рекламных объявлений в печати и телевидении.
 - 3. Небольшое.
 - 2. Среднее.
 - 1. Очень большое.
- 2. Размер дивидендов, предлагаемых фондом.
 - 3. Больше, чем в сбербанке.
 - 2. Примерно тот же, что в сбербанке.
 - 1. Намного больше, чем в сбербанке.
- 3. Связи с достаточно стабильными предприятиями и банками.
 - 3. Тесные.
 - 2. Связи имеются.
 - 1. Нет связей.
- 4. Первичный капитал.
 - 3. Большой.
 - 2. Средний.
 - 1. Неизвестен.
- 5. Доверие к руководству фонда.
 - 3. Большое.
 - 2. Есть основания для доверия.
 - 1. Неизвестные люди.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Кини Р., Райфа X. Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения. М.: Радио и связь, 1981.
- 2. Руа Б. Проблемы и методы принятия решений в задачах со многими целевыми функциями // Вопросы анализа и процедуры принятия решений. М.: Мир, 1976.
- 3. Roy B. Methodologie multicritere d'aide a la decision. Economica, 1985.
- 4. Фон Нейман Дж., Моргенштерн О. Теория игр и экономическое поведение. М.: Наука, 1970.
- 5. Гафт М. Г. Принятие решений при нескольких критериях. М.: Знание, 1979.
- 6. Slovic P., Kahneman D., Tversky A. Judgement under uncertainty: heuristics and biases. Cambridge University Press, 1982.
- 7. Von Winterfeldt D., Edwards W. Decision Analysis and Behavioral Research. Cambridge Univ. Press, 1986.
- Блейр Д. Х., Поллак Р. Э. Рациональный коллективный выбор // В мире науки.
 № 10. 1983.
- 9. Кини Р. Размещение энергетических объектов. М.: Энергоатомиздат, 1983.
- 10. Ларичев О. И. Объективные модели и субъективные критерии. М.: Наука, 1987.
- Larichev O. Cognitive validity in design of decision-aiding techniques // Journal of Multi-Criteria Decision Analysis. V. 1. № 3. P. 127-138.
- 12. Larichev O., Moshkovich H. ZAPROS: A method and system for ordering multiattribute alternatives on the base of a decision maker's preferences. Preprint VNIISI. Moscow, 1991.
- 13. Larichev O., Moshkovich H. An Approach to Ordinal Classification Problems //
 International Transactions in Operation Research. 1994. V. 1. № 3. P. 375-385.
- 14. Borcherding K., Schmeer S., Weber M. Biases in multicriteria weight elicitation // Proceedings of SPUDM-14, Aix-en-Provence, 1993.

Поступила в редакцию 17.02.95