

Большие системы

и управление операциями

УДК 519.283

ЧЕЛОВЕКО-МАШИННЫЕ ПРОЦЕДУРЫ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

(обзор)

О. И. ЛАРИЧЕВ

(Москва)

Рассматривается проблема оценки объектов (альтернатив, предметов, людей и т. д.) при многих критериях качества. Дан критический обзор работ, относящихся к новому направлению теории принятия решений — человеко-машинным процедурам.

Проблема агрегации оценок

Во многих статьях и книгах по проблемам принятия решений рассматривается задача сравнения объектов (людей, предметов, вариантов решений и т. д.) при наличии многих критериев оценки этих объектов (см., например, обзоры [1, 2]). Эта задача возникает, например, при выборе наилучшего варианта застройки города, при выборе наилучшего места для размещения нового предприятия, при сравнении различных направлений научных исследований и т. д. Эта же задача входит как важный этап в современные методики планирования исследований и разработок [3, 4].

Рассмотрим задачу сравнения n объектов, имеющих оценки по N критериям. Оценка по каждому из критериев может принадлежать одному из следующих вариантов:

- а) дискретная оценка, принадлежащая заданному конечному множеству оценок;
- б) непрерывная оценка, принимающая любые значения в заданном интервале.

Отметим, что в варианте «а» оценки могут иметь качественный характер (хорошо — плохо, отличный, хороший, средний и т. д.).

Предположим, что при последовательном рассмотрении объектов имеется возможность определить оценку каждого объекта по каждому из критериев, что дает возможность представить объект как точку в N -мерном пространстве критериев.

Далее возникает следующая задача: выделить среди объектов лучший, следующий за ним и так далее, т. е. произвести полное упорядочение объектов. Для решения этой задачи во многих случаях необходимо на основе оценок по отдельным критериям получить общую оценку объекта (иначе говоря, произвести агрегацию оценок [5]).

Способы агрегации оценок

Обычным подходом к решению этой задачи является подход прескриптивной теории полезности [1, 6]. Этот подход основан на доказательстве теоремы о существовании скалярной однозначной функции $U(X)$ вектора X оценок объекта по критериям, позволяющей произвести полное упорядо-

чение объектов. Функция $U(X)$ ставит в соответствие каждому объекту скалярную оценку, после чего задача упорядочения решается очевидным образом.

Большинство авторов считает, что функция $U(X)$ существует при любой постановке задачи принятия решений. В то же время имеется множество мнений и множество различных теорий о виде этой функции, т. е. о способе агрегации оценок по критериям.

Подход теории аддитивных полезностей [1, 7] к проблеме агрегации оценок заключается в следующем. По каждому из критериев вводится шкала оценок и определяются оценки объектов. Далее определяются постоянные коэффициенты взаимоотношения между различными шкалами (их часто называют «весами» критериев). Функция $U(X)$ определяется как сумма оценок по критериям, умноженных на соответствующие веса (метод взвешенных сумм).

В ряде работ [5, 8] содержится обоснованная критика данного подхода. Наиболее существенный недостаток метода взвешенных сумм заключается в неограниченной возможности компенсации уменьшения качества по одному критерию увеличением качества по другому. Действительно, в суммарной оценке оценки отдельных критериев «неразличимы» и та же суммарная оценка $U(X) = \text{const}$ соответствует различным случаям соотношения оценок по отдельным критериям. Среди этих возможных случаев могут быть соотношения, абсолютно неприемлемые с точки зрения «здорового смысла» лица, принимающего решения, как, например, случаи с нулевыми оценками по некоторым критериям.

В попытке устранить указанный выше недостаток было предложено множество иных способов определения функции $U(X)$. Среди этих способов можно выделить следующие:

- 1) введение нелинейных коэффициентов взаимоотношения между шкалами критериев (см., например, [9]), основанных на зависимости коэффициентов от самих оценок;
- 2) введение функций $U(X)$, сильно изменяющихся при малых оценках по отдельным критериям [10, 11];
- 3) учет лишь худших оценок по критериям при сравнении объектов [8, 12] (на «хорошие» оценки объектов не обращается внимание).

Каждый из предложенных методов имеет свою область предпочтительного использования (см., например, обзор [8]), свои достоинства и недостатки, которые продолжают обсуждаться в различных работах (см., например, [13]). Отметим лишь, что первый подход труден при значительном количестве критериев, второй подход не устраняет недостатка метода взвешенных сумм (т. е. возможности компенсации) и третий подход слишком пессимистичен и не учитывает большого количества имеющейся информации.

Иной подход к проблеме агрегации оценок

Вне зависимости от достоинств и недостатков отдельных методов агрегации оценок, можно отметить, что их применение не играет основной роли в принятии решений, а является лишь способом получения вспомогательной информации. На наш взгляд, этот факт определяется самим характером рассматриваемой проблемы.

Цель всех предложенных методов агрегации оценок заключается в попытке рационального решения проблемы в области, достаточно трудной для формализации. В самом деле, на практике шкалы многих критериев имеют субъективный характер [7], возможны различные типы шкалы (линейная, нелинейная) между наилучшей и наихудшей оценками. Факт превосходства одной комбинации оценок над другой зависит иногда не только

от самих значений оценок, но и от рассматриваемого множества объектов. Более того, превосходство, определенное на основе субъективных шкал, может в ряде случаев противоречить интуиции лица, определившего эти шкалы.

Все это указывает на то, что рассматриваемая проблема не носит чисто математический или чисто экономический характер, а содержит также психологические аспекты, которые необходимо учесть при разработке новых методов.

Понимание указанных выше особенностей проблемы привело к появлению в последнее время ряда новых методов агрегации оценок [14—18].

Основная черта этих методов заключается в следующем: к процессу агрегации оценок в той или иной форме привлекается лицо, поставившее задачу и использующее результаты ее решения (лицо, принимающее решение).

Классификация априорной информации

Прежде чем перейти к изложению основных идей новых методов, приведем классификацию априорной информации [7], характеризующей условия применения тех или иных методов.

Исходя из существования оценок каждого из объектов по каждому из критериев, выделим ряд возможных ситуаций, возникающих при сравнении этих оценок:

- 1) ситуация K , когда можно определить соотношение типа «лучше — хуже» для любых оценок различных шкал;
- 2) ситуация $\bar{K}$, когда это сравнение произвести невозможно (нет необходимой информации);
- 3) ситуация J , когда можно определить соотношение типа «лучше — хуже» для интервалов между различными оценками различных шкал;
- 4) ситуация $\bar{J}$, когда приведенное выше сравнение интервалов невозможно;
- 5) ситуация I^+ , когда каждому критерию можно приписать «вес» — число, характеризующее его важность по сравнению с другими критериями;
- 6) ситуация I^0 , когда существует отношение превосходства критериев по важности;
- 7) ситуация $\bar{I}$, когда не существует никакой возможности сравнения различных критериев.

Приведенные выше ситуации можно комбинировать между собой, что позволяет выделить следующие 12 классов априорной информации:

$$I^+KJ, I^+K\bar{J}, I^+\bar{K}J, I^+\bar{K}\bar{J}, I^0KJ, I^0K\bar{J}, I^0\bar{K}J, \\ I^0\bar{K}\bar{J}, \bar{I}KJ, \bar{I}K\bar{J}, \bar{I}\bar{K}J, \bar{I}\bar{K}\bar{J}.$$

Метод «ELECTRE»

Идея метода «ELECTRE» (Elimination Et Choix Traduisant la Réalité — исключение и выбор, отражающие реальность) [15, 19] заключается в следующем. Применение аналитической процедуры (см. далее) позволяет выявить наиболее бесспорные соотношения между объектами. Объекты, сравнение которых связано со значительными трудностями, объявляются на данном этапе решения несравнимыми. Если сравнение этих объектов необходимо для принятия решения, то возможны следующие два способа проведения этого сравнения:

- 1) задача сравнения ставится перед лицом, принимающим решение;
- 2) сравнение проводится при помощи аналитического метода.

В этом методе можно выявить многие из недостатков метода взвешенных сумм. Разница заключается в том, что метод применяется последовательно, причем на первых этапах выделяются наиболее бесспорные соотношения, а «произвол» вносится в последнюю очередь. Рассмотрение результатов последовательных этапов позволяет лицу, принимающему решения, найти наиболее объективный вариант решения.

Метод «ELECTRE» [15, 19] предназначен для ситуации $I^+ \bar{K} J$ и может применяться как при количественных, так и при качественных оценках.

В ситуации I^+ известны веса критериев $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_p, \dots, \pi_N$. Предполагается, что эти веса аддитивны, что позволяет «измерить» важность группы критериев. Отметим, что само по себе введение весов не означает возможности умножения весов на оценки по соответствующим шкалам.

Далее, предполагается, что имеется возможность сравнить между собой интервалы по отдельным шкалам и что этой возможности нет для оценок по шкалам. Отметим, что метод «ELECTRE» основан на меньшей (качественно) априорной информации, чем метод взвешенных сумм.

Метод «ELECTRE» обеспечивает разделение (на основе отношения превосходства) множества объектов E на два подмножества, в одном из которых объекты рассматриваются как несравнимые, а каждый из объектов второго рассматривается как худший по сравнению, по крайней мере, с одним объектом первого подмножества. Первое подмножество называется ядром графа, построенного на множестве объектов E с использованием отношения превосходства.

Пусть $\gamma_p(i)$ — оценка i -го объекта по p -му критерию. На основе парного сравнения оценок объектов по p -му критерию можно построить граф V_p , дуги которого определяются на основе соотношения

$$\text{arc}(i, j) \in V_p, \text{ если и только если } \gamma_p(i) \geq \gamma_p(j),$$

причем стрелка направлена от большего значения к меньшему, а в случае равенства имеются две стрелки в противоположных направлениях. Отметим, что все графы V_p — полные (существует, по крайней мере, одна дуга между каждой парой вершин) и транзитивные.

Проблема агрегации оценок состоит в переходе от графов V_p к одному новому графу G , который является определенным синтезом оценок по разным критериям.

Прежде всего заметим, что в случае, когда все оценки объекта i по крайней мере равны оценкам объекта j по соответствующим критериям, то определение соотношения между объектами i, j в графе G^0 не представляет труда:

$$(i, j) \in V_p, p = 1, \dots, N \Rightarrow (i, j) \in G^0.$$

Наиболее существенные проблемы возникают, когда по ряду критериев оценки объекта i выше, чем оценки j , а по прочим критериям — ниже. Для разрешения этой проблемы вводятся специальные индексы, относящиеся к каждой паре объектов (i, j) , — индексы согласия и несогласия.

Рассмотрим объекты i и j множества E и выдвинем гипотезу, что объект i лучше, чем объект j (т. е. что в графе G есть дуга со стрелкой от i к j). Разделим критерии на две группы: критерии, оценки по которым находятся в соответствии с этой гипотезой (группа C), и критерии, оценки по которым противоречат этой гипотезе (группа D). Чем больше число критериев в группе C (по сравнению с общим числом критериев), тем более справедливой является выдвинутая выше гипотеза. Отметим при этом, что критерии имеют различный вес (разную важность), и это также должно быть принято во внимание. Определим в качестве критерия соответствия

гипотезе о превосходстве объекта i над объектом j следующий индекс согласия:

$$C_{ij} = \frac{\sum_{j \in G} \pi_j}{\sum_{i=1}^N \pi_i},$$

где в числителе находится сумма весов критериев, оценки которых находятся в соответствии с выдвинутой гипотезой (т. е. оценка i выше оценки j), а в знаменателе — сумма весов всех критериев.

Рассматривая веса критериев как «число голосов», можно истолковать приведенный выше индекс как процент «голосующих» за рассматриваемую гипотезу. Такой подход отражает идеи Кондорсета [20].

Укажем свойства индекса согласия:

- 1) c_{ij} изменяется от 0 до 1,
- 2) $c_{ij} = 1$, когда $(i, j) \in G^0$,
- 3) индекс c_{ij} сохраняет свое значение при замене k -го критерия совокупностью других критериев, сумма весов которых равна π_k .

Наряду с индексом согласия необходимо ввести индекс, характеризующий несоответствие выдвинутой гипотезе о превосходстве объекта i над объектом j . Такими индексами являются интервалы между оценками объектов по тем критериям, по которым объект j превосходит объект i . Чтобы оценить эти интервалы, необходимо ввести численные шкалы, соответствующие качественным шкалам критериев (так, например, качественной шкале «очень хорошо; хорошо; посредственно; плохо» можно поставить в соответствие шкалу с оценками: 15, 10, 5, 0). Интервалы между оценками различных шкал должны выбираться в соответствии с априорной информацией о их соотношении. Отметим также, что длина шкалы (разность между высшей и низшей числовой оценкой) должна быть убывающей функцией от весового коэффициента критерия.

После введения числовых шкал в качестве индекса несогласия можно выбрать наибольший интервал между оценками объектов j и i по критерию, противоречащему гипотезе о превосходстве i над j . Однако один такой индекс не отражает всего несоответствия выдвинутой гипотезе. Действительно, этот индекс имеет то же значение в случае, когда интервалы несогласия по прочим критериям близки к нулю, и в случае, когда эти интервалы близки к наибольшему интервалу. В связи с этим определяются все интервалы несогласия в убывающем порядке, а также вводится параметр s , характеризующий порядок (по величине) интервала несогласия.

Индекс несогласия $d_{ij}(s)$ определяет s -й по величине интервал несогласия. Для удобства эти интервалы выражаются в долях наибольшей (по длине) числовой шкалы.

Укажем свойства индекса несогласия:

- 1) он изменяется от 0 до 1,
- 2) $d_{ij} = 0$, когда $(i, j) \in G^0$,
- 3) индекс d_{ij} сохраняет смысл при введении дополнительных градаций в числовые шкалы (величина интервалов между старыми оценками остается прежней).

После введения индексов c_{ij} , $d_{ij}(s)$ появляется возможность при попарном сравнении объектов определить $(n \times n)$ -матрицы индексов согласия и несогласия.

В качестве основы для определения отношения превосходства примем следующее допущение: допустим, что объект i превосходит объект j в том и только в том случае, если:

- а) по большинству критериев (рассматриваемых с весами) объект i имеет по крайней мере не худшие оценки, чем j ;
- б) по остальным критериям интервалы несогласия достаточно малы.

Выберем значение параметра s и два числа: p — уровень согласия, достаточно близкий к 1, и q — уровень несогласия, достаточно близкий к нулю. Определим, что объект i превосходит объект j , если справедливо

$$c_{ij} \geq p, \quad d_{ij}(s) \leq q.$$

Отношение превосходства может быть представлено графом $G(p, q, s)$ таким, что

$$(i, j) \in G(p, q, s) \Leftrightarrow c_{ij} \geq p \text{ и } d_{ij}(s) \leq q.$$

Графы $G(p, q, s)$ имеют следующие свойства:

а) при $p \leq p'$ и $q \geq q'$ граф $G(p, q, s)$ содержит $G(p', q', s)$ как частичный граф;

б) $G(1, q, s) = G(p, 0, s) = G^0$, причем G^0 является частичным графом любого графа $G(p, q, s)$;

в) при $p < 1$ и $q > 0$ граф $G(p, q, s)$ не обязательно является транзитивным. Отметим, что этот вопрос обсуждался в [21], где указана иная форма индексов согласия и несогласия, обеспечивающих транзитивность.

Определив параметр s и уровни p и q , можно выявить в графе $G(p, q, s)$ отношения превосходства и исключить объекты, которые превосходят по крайней мере один из других объектов. Оставшееся множество объектов называется ядром. Естественно, состав ядра зависит от p , q и s . Произвольный граф может иметь несколько ядер; в [22] доказано, что конечный граф без цепей имеет одно ядро. В случае наличия в графе $G(p, q, s)$ цепи логично предположить, что все элементы этой цепи эквивалентны и что их можно заменить одним из этих элементов.

Метод «ELECTRE» применяется следующим образом. После назначения параметров p , q , s выделяется ядро, объекты которого рассматриваются как несравнимые на основе имеющейся информации. Предполагается, что для их сравнения лицо, принимающее решения, должно найти дополнительную информацию.

В ряде случаев ядро содержит один элемент, а задача лица, принимающего решения, состоит в выделении одного лучшего объекта в первоначальном множестве E . В этих случаях метод «ELECTRE» сразу же решает задачу.

Но возможны более сложные случаи, когда в ядре содержится большое число объектов и когда требуется произвести их полную классификацию. В этом случае можно применять метод последовательно. После выделения одного лучшего объекта из первоначального множества этот объект исключается из рассмотрения и метод применяется к оставшемуся множеству объектов. Последовательность исключения объектов является их последовательностью в классификации, а уровни p и q позволяют судить о степени «произвола», допускаемого при выделении лучшего объекта из последующих множеств.

В [19] описано три применения метода «ELECTRE»: 1) выбор плана публикаций (среднесрочное планирование), 2) выбор новой области деятельности для предприятия, 3) определение иерархии дефектов сигарет на основе анкетного обследования.

Можно сделать два замечания, связанных с применением метода «ELECTRE»:

1) каждое ядро характеризуется тремя параметрами (p, q, s) . Во многих случаях связь этих параметров с политикой лица, принимающего решения, достаточно сложна (как, например, отличить политику при $(0,8; 0,4; 1)$ от политики при $(0,7; 0,3; 1)$);

2) при практических приложениях следует всегда учитывать, что ядро не содержит лучшие объекты первоначального множества: в него входит наилучший объект и объекты, «наиболее непохожие» на наилучший.

Метод попарного сравнения объектов

Метод, описанный в [14], предназначен для априорной информации типа $\bar{I}JK$ и для шкал с количественными оценками. Метод основан на следующих допущениях:

1) лицо, принимающее решения, может всегда и без труда сравнить два значения по любому из критериев;

2) существует скалярная функция полезности U с непрерывными первыми производными, при помощи которой можно произвести полное упорядочение всех сравниваемых объектов.

Метод [14] состоит из процедур последовательного сравнения между собой пар объектов. Обозначим как X_k вектор оценки k -го объекта с компонентами $x_k^1, x_k^2, \dots, x_k^N$. Пусть рассматриваются два объекта — A и B . Очевидно, что при $x_A^j \geq x_B^j$ ($j = 1, \dots, N$) справедливо

$$U(X_A) \geq U(X_B).$$

Наиболее труден и интересен случай, когда по одной части критериев объект A превосходит B , а по другой части — наоборот.

Аппроксимация линейной функцией разности в полезности двух объектов позволяет записать следующее равенство:

$$U(X_A) - U(X_B) = (X_A - X_B) \cdot (\text{grad } U(X))_{X=X^*},$$

где X^* — вектор оценок, конец которого находится на прямой, соединяющей X_A и X_B . Конечно, $U(X_A)$, $U(X_B)$ и градиент $U(X)_{X=X^*}$ неизвестны. Предлагается не определять эти неизвестные (а также вид $U(X)$), а поставить задачу определения лишь знака разности $U(X_A) - U(X_B)$. Так как вектор $(X_A - X_B)$ известен, то знания градиента вполне достаточно для сравнения решений A и B (предполагается, что функция $U(X)$ монотонна). Можно также не определять градиент $U(X)$, а лишь установить пределы на компоненты градиента $U(X)$, при которых сохраняется знак разности $U(X_A) - U(X_B)$ для всех возможных направлений $\text{grad } X$.

Предлагается вектор X^* определять как полусумму векторов X_A и X_B . Один из критериев x^k (чаще всего выраженный в денежных единицах)

выбирается как базовый. Вводится обозначение: $s_i = \frac{\partial u}{\partial x^i}$. Используя конечно-разностную аппроксимацию, можно записать

$$\frac{s_i}{s_k} = \frac{\Delta U_i / \Delta x^i}{\Delta U_k / \Delta x^k} \quad \text{или} \\ \frac{\Delta U_i}{\Delta U_k} = \left(\frac{s_i}{s_k} \right) \frac{\Delta x^i}{\Delta x^k},$$

где Δx^k — определенное фиксированное изменение k -го критерия; ΔU_k — соответствующее Δx^k изменение функции полезности.

Далее ставится вопрос лицу, принимающему решение: предпочтительнее ли при постоянных значениях по прочим критериям увеличение x^i на Δx^i , чем увеличение x^k на Δx^k . В случае утвердительного ответа можно записать

$$\frac{\Delta U_i}{\Delta U_k} = \frac{\Delta x^i}{\Delta x^k} \left(\frac{s_i}{s_k} \right) \geq 1.$$

В случае отрицательного ответа неравенство меняет свой знак.

Предположим, что лицо, принимающее решения, смогло определить $(N-1)$ неравенство приведенного типа. Далее вводится обозначение:

$$z = \sum_{j=1}^N s_j [(x_A^j) - (x_B^j)]$$

и формулируются две проблемы линейного программирования:

$$z^I = \text{Max}_{s_j} \sum_{j=1}^N s_j [(x_A^j) - (x_B^j)],$$

$$z^{II} = \text{Min}_{s_j} \sum_{j=1}^N s_j [(x_A^j) - (x_B^j)]$$

при ограничениях

$$\frac{\Delta x^j}{\Delta x^k} s_j - s_k \geq 0 \text{ (или } < 0),$$

$$\sum_{j=1}^N s_j = 1, s_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, N.$$

Решения сформулированных выше задач позволяют определить направления $\text{grad } U(X)$, при которых достигается максимум и минимум произведения $(X_A - X_B) \cdot \text{grad } U(X)$. Окончательное условие выбора между объектами A и B имеет следующий вид:

если $z^I z^{II} \geq 0$, то можно предпочесть один объект другому (объект A предпочтительнее, если $z^I \geq 0$, и наоборот);

если $z^I z^{II} \leq 0$, то необходимо получить дополнительную информацию, позволяющую после ряда проб так изменить величину приращений критериев (Δx^j), что выполняется условие $z^I z^{II} \geq 0$.

Слабой стороной метода является трудность в выделении приращений Δx^i . Очевидное условие выбора состоит в неравенстве $\Delta x^i \leq |x_A^i - x_B^i|/2$. Кроме этого, к выбору Δx^i следует предъявить два противоречивых требования: 1) конечно-разностная аппроксимация $\frac{\Delta U_i}{\Delta U_k} = \left(\frac{s_i}{s_k}\right) \frac{\Delta x^i}{\Delta x^k}$ должна быть достаточно точной, в связи с чем следует брать Δx^i и Δx^k по возможности малыми; 2) Δx^i и Δx^k должны быть достаточно велики для того, чтобы лицо, принимающее решения, могло определить разницу в полезности.

Этим двум требованиям трудно удовлетворить. При близости решений A и B величины Δx^i и Δx^k становятся достаточно малыми, и в этих условиях трудно ожидать обоснованного ответа лица, принимающего решения.

Линейное программирование при многих критериях качества

Следующая группа рассматриваемых методов [16—18] разработана применительно к проблеме, несколько отличающейся от вышеизложенной: линейное программирование при многих критериях. Здесь под объектом понимается решение, принадлежащее области допустимых решений, в связи с чем в общем случае число объектов не ограничено и объекты заранее не известны. Предложенные методы состоят из совокупности аналитических частей, за каждой из которых следует предъявление промежуточных результатов лицу, принимающему решения, и использование новой информации, получаемой от него.

Сформулируем проблему.

Дана область допустимых решений $D \subset R^n$, определяемая линейной системой

$$Ax \leq b, \quad x = (x_1, \dots, x_n),$$

$$x_i \geq 0, \quad 1 \leq i \leq n,$$

где A — постоянная $(p \times n)$ -матрица, b — $(p \times 1)$ -вектор. Задано N критериев качества $C^1, C^2, \dots, C^N$, где

$$C^j(X) = \sum_{i=1}^n c_i^j x_i; \quad j = 1, 2, \dots, N.$$

Требуется определить в области D вектор x , обеспечивающий удовлетворительные значения по всем N критериям C^j и наилучший компромисс между ними с точки зрения области D и априорной информации о критериях.

Приведенная постановка задачи не является достаточно четкой. Что такое «удовлетворительное значение» и «наилучший компромисс»? Как зависит уровень качества по данному критерию, рассматриваемый как удовлетворительный от достигнутых значений по прочим критериям?

Информация, необходимая для ответа на эти вопросы, не дается, как правило, при формулировке проблемы. В связи с этим возможны два пути решения. При первом из них исследователь, решающий задачу, вынужден сам дать ответ на сформулированные вопросы. При втором к определенным этапам решения задачи привлекается лицо, формулирующее задачу и использующее результаты ее решения (лицо, принимающее решения).

Метод, описанный в [16], предназначен для априорной информации класса IJK , т. е. предполагается, что все шкалы критериев могут быть сведены к единой шкале, но соотношение важности критериев неизвестно. Автор предполагает, что существуют неизвестные в начале решения веса критериев, при помощи которых общая функция полезности U может быть записана в виде

$$U = \sum_{i=1}^N \pi_i c^i(x),$$

где $\pi_1, \dots, \pi_N$ — постоянные веса критериев.

Задача определения веса критериев объявляется задачей лица, принимающего решения.

Предположим, что имеются определенные веса π_i . Тогда следующий этап состоит в решении обычной задачи линейного программирования. Пусть x^* — оптимальное решение этой задачи. Если лицо, принимающее решения, удовлетворено некоторым оптимальным решением x^* , то проблема решена и найденное решение может быть названо предпочитаемым. Если лицо, принимающее решения, не удовлетворено решением x^* , но нет возможности нахождения лучшего решения, то x^* называется почти предпочитаемым решением.

Метод состоит из последовательности этапов, на которых сначала определяется вектор π , затем решается задача линейного программирования, результат решения которой предъявляется лицу, принимающему решения. Если это лицо не удовлетворено решением, то производится изменение весов критериев и так далее. Метод основан на следующих гипотезах:

- 1) лицо, принимающее решения, всегда может определить, является ли решение предпочтительным, и, если решение не является таковым, определить направление изменения весов;
- 2) всегда существует либо предпочитаемое, либо почти предпочитаемое решение.

В связи с тем, что число итераций метода может быть достаточно велико, предлагается ускорить процесс решения на основе опыта решения подобных задач (если такой опыт имеется). Если решен ряд примерно тех же по физическому содержанию задач, то предлагается выбрать в качестве первого вектора весов критериев вектор, являющийся средним значением векторов, соответствующих полученным ранее предпочитаемым решениям.

Следует отметить, что сформулированные выше гипотезы, на которых основан метод, не являются бесспорными. Трудности сравнения решений нарастают по мере приближения к окончательному решению. При большом числе критериев выбор направления изменения весов весьма затруднителен для лица, принимающего решения, в связи с чем могут (как и указано в [16]) возникнуть колебания около какой-либо области решений.

В работе [17] также предлагается метод решения проблемы линейного программирования с многими критериями. Метод может работать при априорной информации типа IJK . Метод итеративный и каждая итерация состоит из двух фаз: фазы A и фазы B .

1. Фаза A . В области допустимых решений D проводится оптимизация по каждому из критериев $C^1, \dots, C^N$. Полученные результаты заносятся в следующую таблицу (таблица коэффициентов):

	C^1	C^2			C^N
C^1					
C^2					
C^N					

Здесь в строке C^j записаны результаты оптимизации по критерию C^j (значения всех критериев в точке оптимума по C^j). Заметим, что в таблице коэффициентов максимум вдоль каждого столбца достигается на главной диагонали.

Далее исследуется таблица коэффициентов и из нее исключаются решения, над которыми доминируют другие решения. Если среди решений, оптимальных по отдельным критериям, нет решения, удовлетворительного по всем критериям, то пространство между этими решениями определяет область конечного компромисса. Цель фазы A состоит в уменьшении первоначальной области компромисса, в исключении части решений. Основную роль в фазе A играет лицо, принимающее решения, которое исследует таблицу коэффициентов и определяет решения, которые можно исключить. В работе [17] предложены также две процедуры автоматического исключения решений.

2. Фаза B . Цель этой фазы — оптимизация в уменьшенной области решений по первичным критериям, а также по компромиссным критериям, которые определяет лицо, принимающее решения.

Цель метода [17], как и метода [16], состоит в исследовании области D с тем, чтобы найти наилучший компромисс между значениями критериев. Однако метод мало формализован и требует слишком многого от лица, принимающего решения, предполагая, что оно знает «почти все». Задача исключения многомерных решений может быть слишком сложна для лица, принимающего решения. В то же время автоматические процедуры, предложенные для этой цели, могут привести к неверным результатам. Идеи этих процедур весьма близки к идеям метода «ELECTRE»; эти процедуры не учитывают возможности получения новых решений (новых объектов), а предназначены лишь для выбора из заданного конечного множества.

Методы, описанные в [18], предназначены для работы с тремя типами априорной информации: I^+JK , I^0JK , IJK (приводится три различных метода). Предложенные методы основаны на том, что по психологическим причинам вопросы к лицу, принимающему решения, должны быть четки-

ми и достаточно простыми, а число этих вопросов (а также число диалогов исследователя с лицом, принимающим решения) должно быть по возможности минимальным.

Для каждого варианта априорной информации в работе [18] формулируется свое понятие «искомого решения». Значительную часть каждого из трех методов составляет одна и та же основная процедура. В случае, когда известны веса критериев $\pi_1, \dots, \pi_N$, можно образовать суммарный критерий:

$$C_{\Sigma} = \sum_{i=1}^N \pi_i C^i.$$

Решение, соответствующее $\max_x C_{\Sigma}$ в области D , есть искомое решение при существенном дополнительном условии: по каждому из критериев C^i ($i = 1, \dots, N$) получены удовлетворительные значения, причем понятие «удовлетворительное значение» определяется лицом, принимающим решения.

Основная процедура состоит из следующих этапов.

1. Исследование области допустимых решений D . Проводится поочередная оптимизация по каждому из критериев C^i . Полученные максимумы по каждому из критериев образуют вектор z_1 :

$$z_1 = \begin{bmatrix} \max_{x \in D} C^1(x) \\ \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ \max_{x \in D} C^N(x) \end{bmatrix}.$$

2. Проведение оптимизации по критерию C_{Σ} . Полученное решение x_1 характеризуется вектором y_1 , компонентами которого являются значения критериев:

$$y_1 = \begin{bmatrix} C^1(x_1) \\ \cdot \cdot \cdot \\ C^N(x_1) \end{bmatrix}.$$

3. Этап с участием лица, принимающего решения. Перед лицом, принимающим решения, ставится следующий вопрос: «Все ли компоненты вектора y_1 имеют удовлетворительные значения?». При ответе на этот вопрос учитывается вектор z_1 , компоненты которого представляют собой максимально возможные значения компонентов вектора y_1 .

В случае утвердительного ответа решение проблемы окончено. В случае отрицательного ответа лицо, принимающее решение, указывает критерий C^v с наименее удовлетворительным значением, а также величину k^v такую, что при $C^v \geq k^v$ критерий C^v имеет удовлетворительное значение.

4. Определение новой области допустимых решений путем добавления к прежней области D ограничения $C^v \geq k^v$. При новой области повторяется этап 1, в результате чего определяется вектор z_2 .

5. Этап с участием лица, принимающего решения. Перед этим лицом ставится следующий вопрос: «Является ли допустимым переход от вектора z_1 к вектору z_2 , т. е. уменьшение максимально возможных значений по ряду критериев?». В случае отрицательного ответа его просят изменить принятое ранее как удовлетворительное значение k^v для критерия C^v и определить $k_1^v < k^v$. Далее повторяются все этапы, начиная с четвертого.

Назначая ряд значений нижних пределов для критерия C^v , лицо, принимающее решения, ищет компромисс между увеличением значения C^v и неизбежным понижением максимально возможных значений по одному или нескольким из остальных критериев. Данный этап приводит к выбору компромиссного значения k_k^v , которое на дальнейших этапах остается неизменным.

6. Этап с участием лица, принимающего решения. Для области допустимых значений с $C^v \geq k_k^v$ проводится оптимизация по критерию C_2 , которая приводит к определению вектора y_2 . Далее перед лицом, принимающим решения, ставится вопрос: «Все ли критерии C^j (т. е. компоненты вектора y_2) имеют удовлетворительное значение?». В случае утвердительного ответа решение проблемы окончено и y_2 — искомый результат. В случае отрицательного ответа повторяются все этапы процедуры, начиная с третьего.

При априорной информации типов I^0JK , IJK в описанную выше процедуру вносится ряд изменений. В работе [18] обсуждаются способы уменьшения числа диалогов «исследователь — лицо, принимающее решения».

К сожалению, метод [18] не учитывает, что лицо, принимающее решения, может по мере знакомства с областью допустимых решений дать новую информацию как об удовлетворительных значениях, так и о весах критериев (если они не были известны в начале решения).

Заключение

Рассмотренные выше методы принятия решений при многих критериях используют тем или иным способом дополнительную информацию, получаемую от лица, принимающего решения. В этих методах этапы выполнения формальных математических операций (требующие при больших N и n применения вычислительных машин) чередуются с этапами диалогов с лицом, принимающим решения, что позволяет назвать описанные выше процедуры человеко-машинными.

Данное направление в теории и практике принятия решений связано со стремлением сделать результаты работы более реалистичными, сделать методы принятия решений рабочим инструментом в руках исследователей. Этот подход обещает многое. Но следует отметить, что он несет с собой ряд новых, специфических затруднений:

1. Возникают психологические проблемы организации диалога «исследователь — лицо, принимающее решения». Вопросы, предъявляемые лицу, принимающему решения, могут быть достаточно сложными для него. Возникает проблема разработки методов, учитывающих ответ «не знаю» как один из возможных ответов.

2. Возникает проблема языка диалога между исследователем и лицом, принимающим решения. Вопросы к лицу, принимающему решения, должны быть простыми для него.

Сформулированные проблемы достаточно сложны. Их успешное решение во многом определяет успех применения человеко-машинных процедур принятия решений. Характер процедур, позволяющий учесть психологические аспекты проблемы, позволяет рассматривать это направление как новый этап теории и практики принятия решений.

Поступила в редакцию
24 февраля 1971 г.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Fishburn P. C. Utility theory. Manag. Sci., v. 14, No. 5, 1968.
2. Озерной В. М. Принятие решений. Автоматика и телемеханика, № 11, 1971.
3. Янч Э. Прогнозирование научно-технического прогресса. «Прогресс», 1970.
4. De L'Estoile H. La programmation de la recherche appliquee. Le progress scientifique, No. 118, 1968.
5. Roy B. A propos de l'agregation d'ordres complets: quelques consideration theoriques et pratiques. La decision, Dunod ed., Paris, 1969.
6. Фон Нейман Дж., Моргенштерн О. Теория игр и экономическое поведение. «Наука», 1970.
7. Fishburn P. C. Methods of estimating additive utilities. Manag. Sci., v. 13, No. 7, 1967.

8. Terry H. Comparative evaluation of performance using multiple criteria. *Manag. Sci.*, v. 39, No. 3, 1963.
9. Briskin L. E. A method unifying multiple objective functions. *Manag. Sci.*, v. 12, No. 10, 1966.
10. Mottley C. M., Neuton R. D. The Selection of Projects for Industrial Research. *Operat. Res.*, v. 7, No. 6, Nov.-Dec., 1959.
11. Kern D. Q., Kenworthy O. O. A Farewell to the Cookbook. *Industr. and Engng Chem.*, v. 52, No. 8, Aug. 1960.
12. Bross I. D. J. *Design for Decision*. The Macmillan Co., N. Y., 1953.
13. Moore J., Baker N. R. Computational analysis of scoring models for R and D project selection. *Manag. Sci.*, v. 16, No. 4, Dec., 1969.
14. Stankard M. E., Maier-Rothe C., Gupta S. K. Choosing between multiple objective alternatives: a linear programming approach. *Manag. Sci. Center, University Pennsylvania*, Dec., 1968.
15. Roy B. Classement et choix en presence de points de vue multiples. *R.J.R.O.*, No. 8, 1968.
16. Savir D. Multiobjective linear programming. *Operat. Res. Center, University of California*, Nov., 1966.
17. Benaoun R., Tergny J. Criteres multiples et programmation mathematique: une solution dans le cas lineaire. *R.J.R.O.*, No. V-2, 1969.
18. Бюнайюн Р., Ларичев О., де Монгольфье Ж., Терни Ж. Линейное программирование при многих критериях: метод ограничений. *Автоматика и телемеханика*, № 8, 1971.
19. Sussmann B., Buffet P., Gremy J. P., Marc M. Peut-on choisir en tenant compte de criteres multiples? une methode (ELECTRE) et trois applications. *METRA*, v. VI, No. 2, 1967.
20. Barbut M. Medianes: Condorcet et Kendall. *Note de Travail*, No. 44, SEMA, Avr., 1966.
21. Tergny J. Problemes de coherence des choix sur multicriteres. *Note de travail*, No. 81, SEMA, Juillet, 1968.
22. Roy B. *Algebre moderne et theorie des graphes-Application aux sciences economiques et sociales*. Dunod ed., Paris, 1969.

MAN-MACHINE PROCEDURES OF DECISION MAKING (REVIEW)

O. I. LARITCHEV

The problem of estimating objects (alternatives, things, people, etc.) under many criteria of quality is considered. A critical review of the papers referring to the new trend of the theory of decision making, namely man-machine procedures, is presented.
